

へやわり！

原案：Darsein

問題文：tokoharu

解答：not, tokoharu, tomerun

入力：not

解説：not

問題概要

- $N+1$ 個の部屋が一直線上に並んでいる
- N 人の部屋割りの集合を提案する
- 部屋割り $A \cdot B$ に対して、 A の空き部屋に誰か1人を移しても B にならない
- それぞれの人に好ましい人がおり、全ての人について好ましい人が隣にすむ
- 部屋割りの集合を最大化せよ

解法

- 部屋割りが存在しないケース
 - 長さ3以上のループ(サンプル2)
 - 弱連結成分がパスにならない(サンプル3)
 - 最初から除いておく
- 人を弱連結成分ごとに分けて考える
- 可能な配置は、弱連結成分を並べて成分の間または端に空き部屋がある場合

解法

- 弱連結成分を2要素のものと3要素以上のものに分ける
- 2要素のものしかないケースは分けて扱う
 - 3要素以上がある場合より簡単なので省略
- 可能なパターンは
 - $[*] \dots [*][3][2] \dots [2][\text{空}][2] \dots [2][3][*] \dots [*]$
 - $[2] \dots [2][\text{空}][2] \dots [2][3][*] \dots [*]$
- これらについて遷移不可能な集合を考える

解法

- パターン1

- [*]...[*][3][2]...[2][空][2]...[2][3][*]...[*]

- 遷移できるのは

- [*]...[*][3][空][AB][CD]...[YZ][3][*]...[*]

- [*]...[*][3][BA][空][CD]...[YZ][3][*]...[*]

- [*]...[*][3][BA][DC][空]...[YZ][3][*]...[*]

- ...

- [*]...[*][3][BA][DC]...[ZY][空][3][*]...[*]

- 空き部屋の周りにいくつ2要素があるかだけで決まる

解法

- パターン2
 - [2]...[2][空][2]...[2][3][*]...[*]
- 遷移できるのは
 - [空][AB][CD]...[YZ][3][*]...[*]
 - [BA][空][CD]...[YZ][3][*]...[*]
 - [BA][DC][空]...[YZ][3][*]...[*]
 - ...
 - [BA][DC]...[ZY][空][3][*]...[*]
- 空き部屋の周りにいくつ2要素があるかだけで決まる

解法

- 後は数え上げるだけ
 - mod 10^9+7 なので逆元が必要(解説は省略)
 - 2要素の弱連結成分の数を p 、
 - 3要素以上の弱連結成分の数を q 、
 - 空き部屋の周りの2要素の数を i とする
- ケース1
 - $(\lfloor i/2 \rfloor + 1) * (p+q-i-2)C(p-i) * (p+q-i-1) * p!q!2^{p+q}$
- ケース2
 - $2 * (\lfloor i/2 \rfloor + 1) * (p+q-i-1)C(p-i) * p!q!2^{p+q}$
 - 左右反転もあることに注意

ジャツジ解

- not : 95行
- tokoharu : 182行
- tomerun : 114行

結果

- First AC : ninjaribaton (2:26:7)
- Accepted : 2