

# JAG夏合宿2017

## G: Low Range-Sum Matrix

原案: darsein

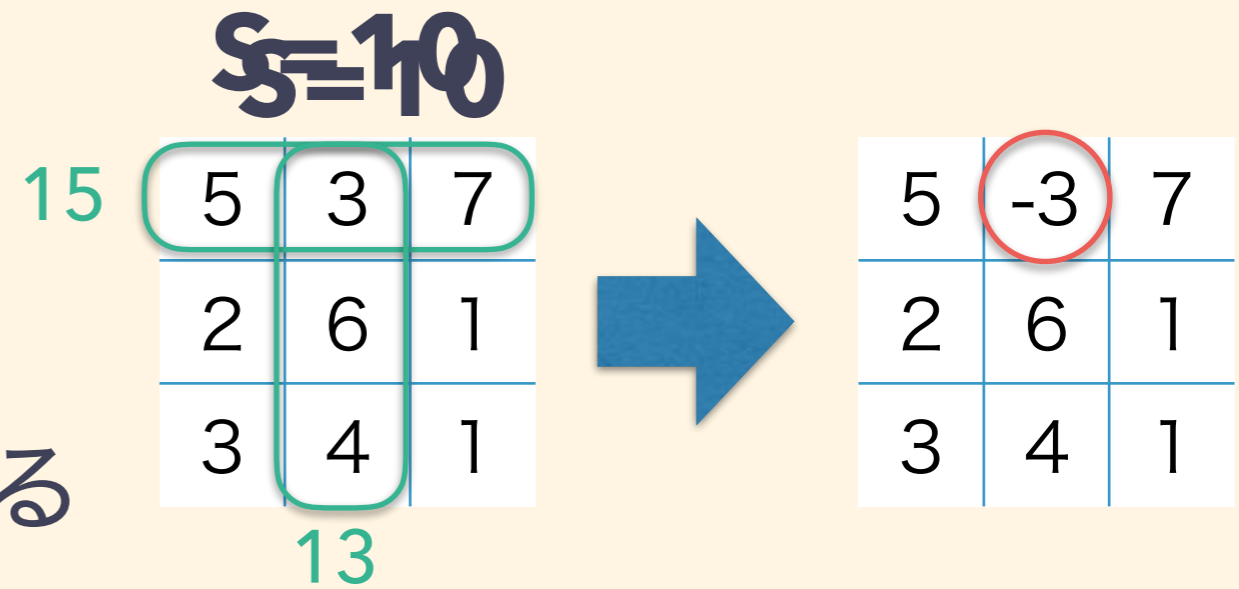
問題文: shora\_kujira16

解答: darsein, not

解説: darsein

# 問題概要

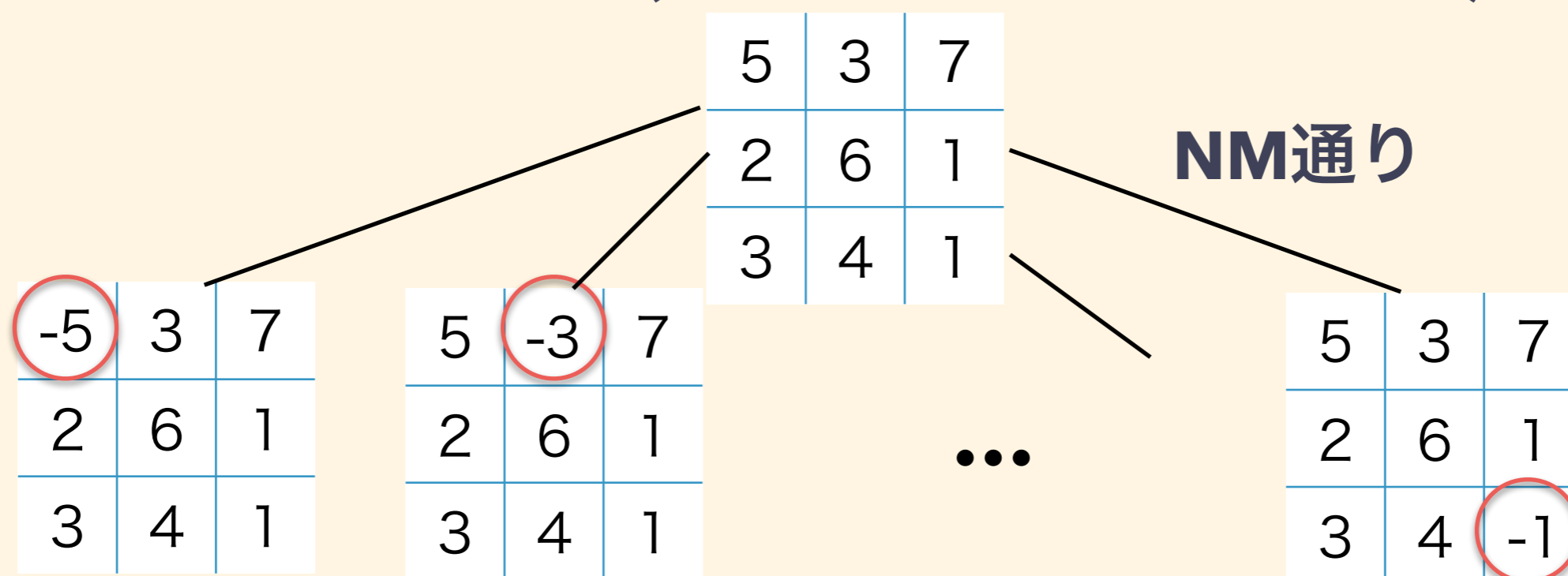
- $N \times M$ の整数行列が与えられる
- どの連続部分列 (行) もその要素和が $S$ 以下にしたい
  - できる操作は $NM$ 個の要素の1つを選んで符号反転、  
を $K$ 回まで
- $K$ 回までの操作で条件を満たせるかYes/Noを答えよ
- 制約:  $1 \leq N, M \leq 10, 1 \leq K \leq 5, 1 \leq S \leq 10^6$



# 想定 TLE 解法: 全探索

- $NM$ 個ある要素から1つ選んで符号反転、を  $K$  回繰り返す
- その後全区間を調べて条件を満たすか判定
- 計算量: 探索空間  $O(N^K M^K)$ 、判定  $O(N^2 M + N M^2)$

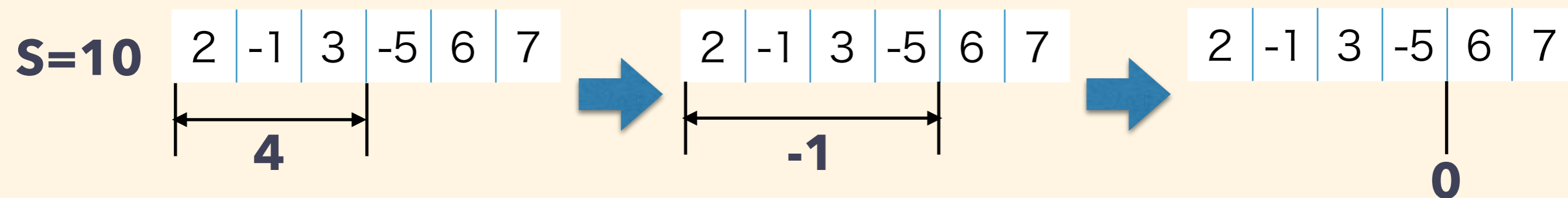
全体で  $O(N^{K+2} M^{K+1} + N^{K+1} M^{K+2})$



# 判定高速化: しゃくとり法

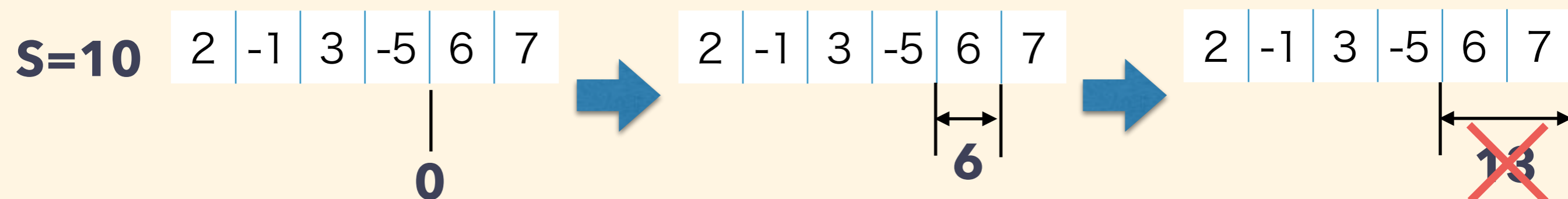
- ある列 (or 行) について、始めから貪欲に要素を足していく
- 和が負になったらリセットして開始地点を現在の地の次にずらす
- 和がS以上になったらアウト
- 計算量:  $O(N)$  (or  $O(M)$ )

→ 判定が  $O(NM)$  でできるようになった



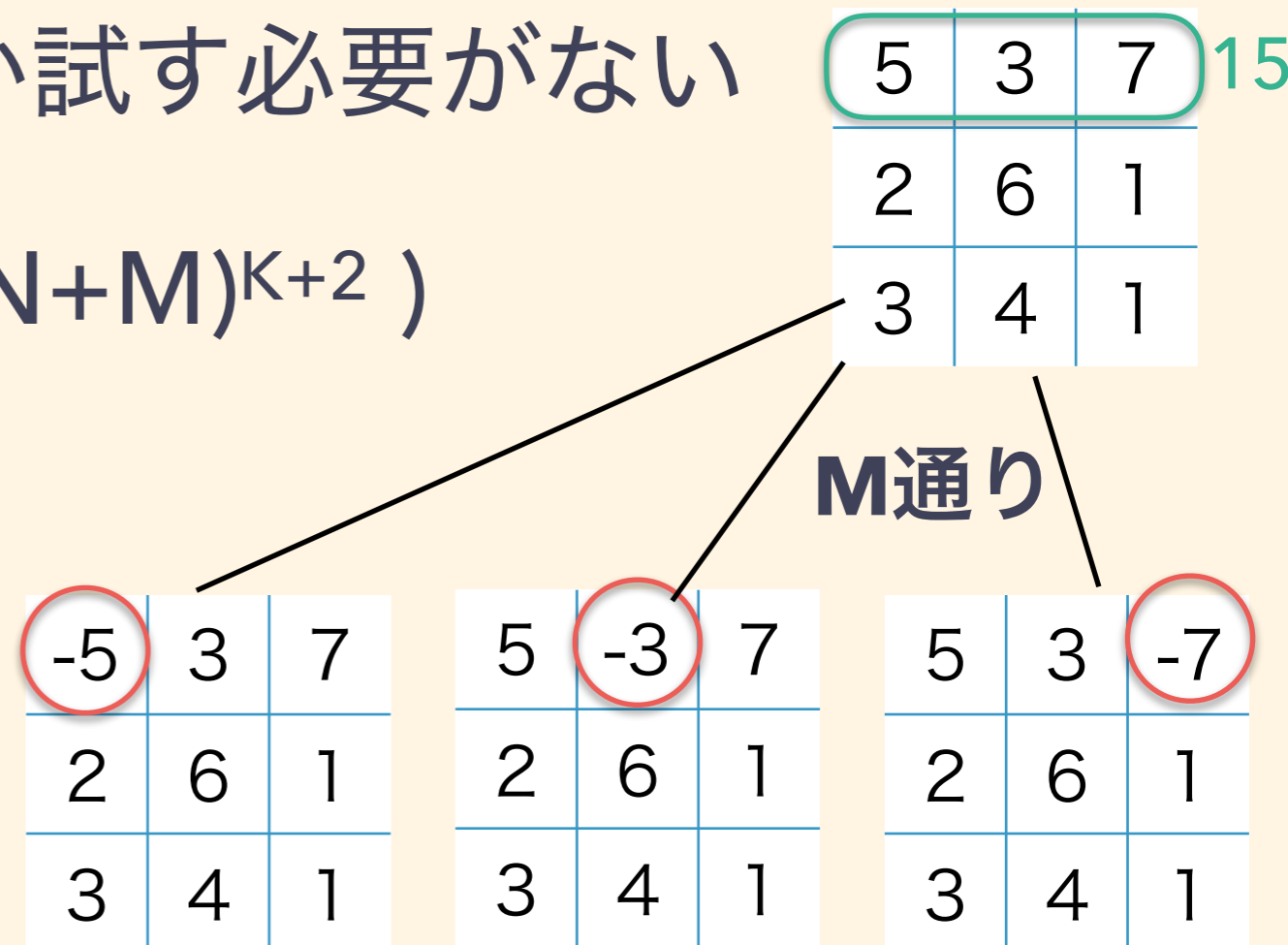
# 判定高速化: しゃくとり法

- ある列 (or 行) について、始めから貪欲に要素を足していく
- 和が負になったらリセットして開始地点を現在地の次にずらす
- 和がS以上になったらアウト
- 計算量:  $O(N)$  (or  $O(M)$ )
  - 判定が  $O(NM)$  でできるようになった

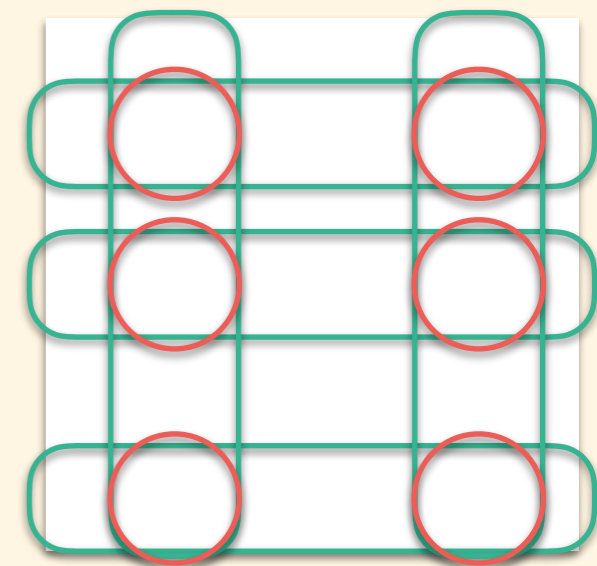


# 区間を利用した枝刈り

- しゃくとり法で $S$ 以上の区間  $[l, r)$  が見つかる
  - $[l, r)$  のどれかは必ず反転しなければならない
- $[l, r)$  中の候補は  $O(N)$  or  $O(M)$  通りしかない
  - $O((N+M)^K)$  通りしか試す必要がない
- 計算量: 判定込みで  $O((N+M)^{K+2})$



# 別解: 候補の絞り込み



- S以上になる部分列を持つ列・行を列挙
  - 該当する列・行どちらかがK以上ならただちに  
No
- 行・列の交点は  $K^2$  個しかない。このうちK個使うのを全部試す ( $O(K^2K)$  通り)
- 残りは行・列が独立したもののだけなので、行・列ごとに必要な反転数を求める
  - 和 (交点で使った数含む) がK以下なら Yes

# 1次元での反転数最小化

- DPで解ける
  - DP[いまi番目][これまでj個反転した] := 現在の和
  - $DP[i][j] = \min(\max(0, DP[i-1][j] + a[i]), \max(0, PD[i-1][j-1] - a[i]))$ 
    - $\max(0, \cdot)$  を取るのはしゃくとりと同じ理由
- 計算量:  $O(K(N+M))$ 
  - 探索と合わせて全体で  $O(K^{2K+1} NM)$



# Writer 解

- darsein: 144 行 3475 bytes (C++)
- not: 82 行 2185 bytes (C++)

# 統計情報

- AC / submissions
  - 13 / 58 (22.41%)
- First Acceptance
  - ainta (80:54)