
模擬地区予選2016

E: Escape from The Hell

原案 : 田中

問題文 : 水野

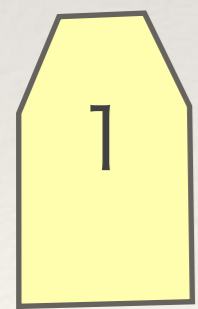
回答 : 栗田, 田中, 水野

問題概要

- ❖ ドリンクが N 本と長さ L の紐がある.
- ❖ あなたは i 番目のドリンクを飲むと A_i だけ糸を登れ, その日の夜に B_i だけ落ちてしまう.
- ❖ 夜には罪人が現れ, 今いる高さから始めて C_i だけ登ってくる. (初日は罪人は高さ 0 にいる.) また, 罪人があなた以上の位置まで糸を登った時には捕まってしまう.
- ❖ ドリンクをどの順番で飲めば最も短い日数で脱出できるか, つまり糸を登りきれるか?
- ❖ 脱出できない場合は -1 を出力せよ.

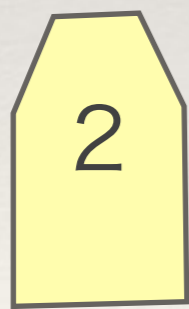
例題：サンプル1の場合

初期状態



$$A = 6$$

$$B = 3$$



$$A = 5$$

$$B = 2$$



$$A = 3$$

$$B = 1$$



$$L = 9$$

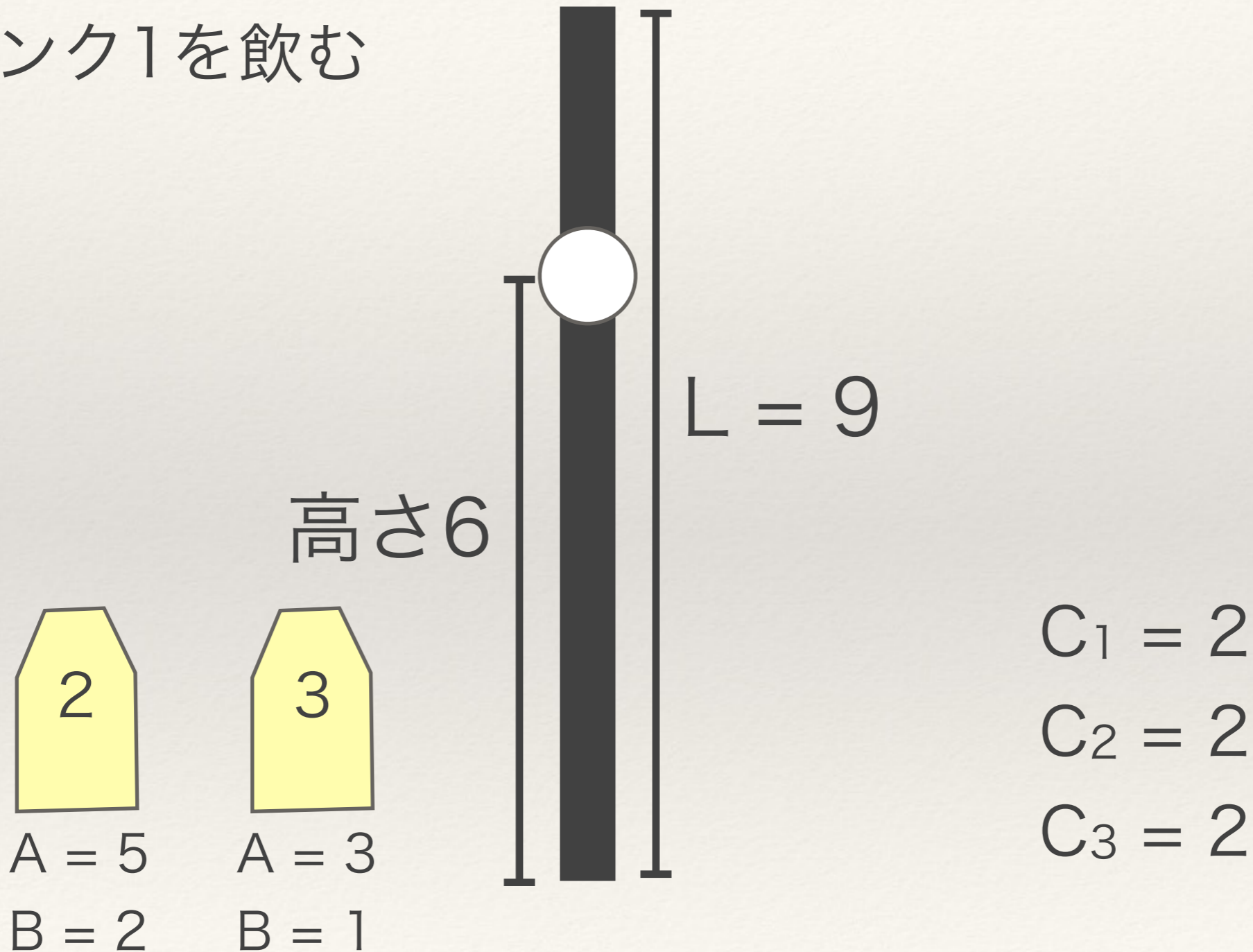
$$C_1 = 2$$

$$C_2 = 2$$

$$C_3 = 2$$

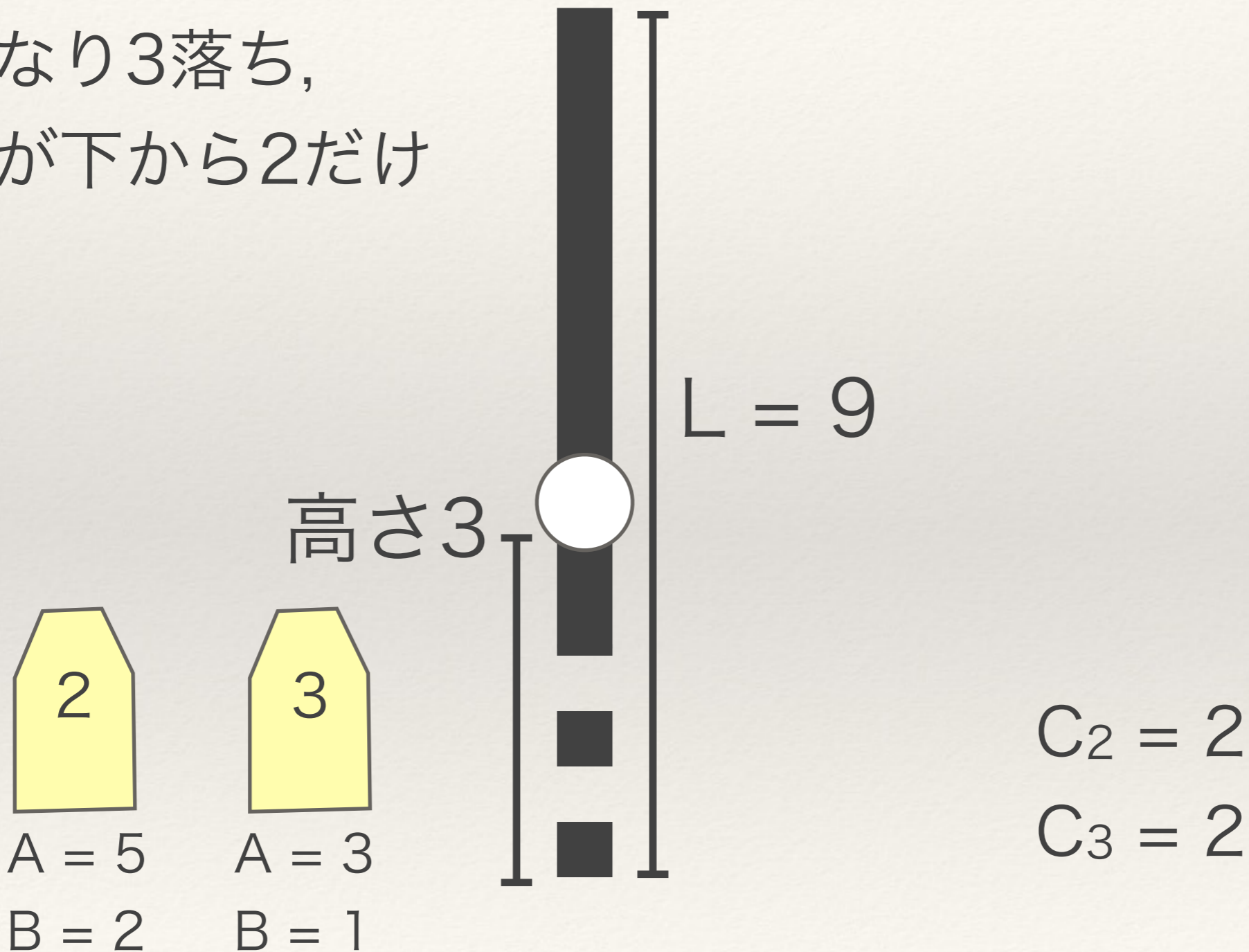
例題：サンプル1の場合

ドリンク1を飲む



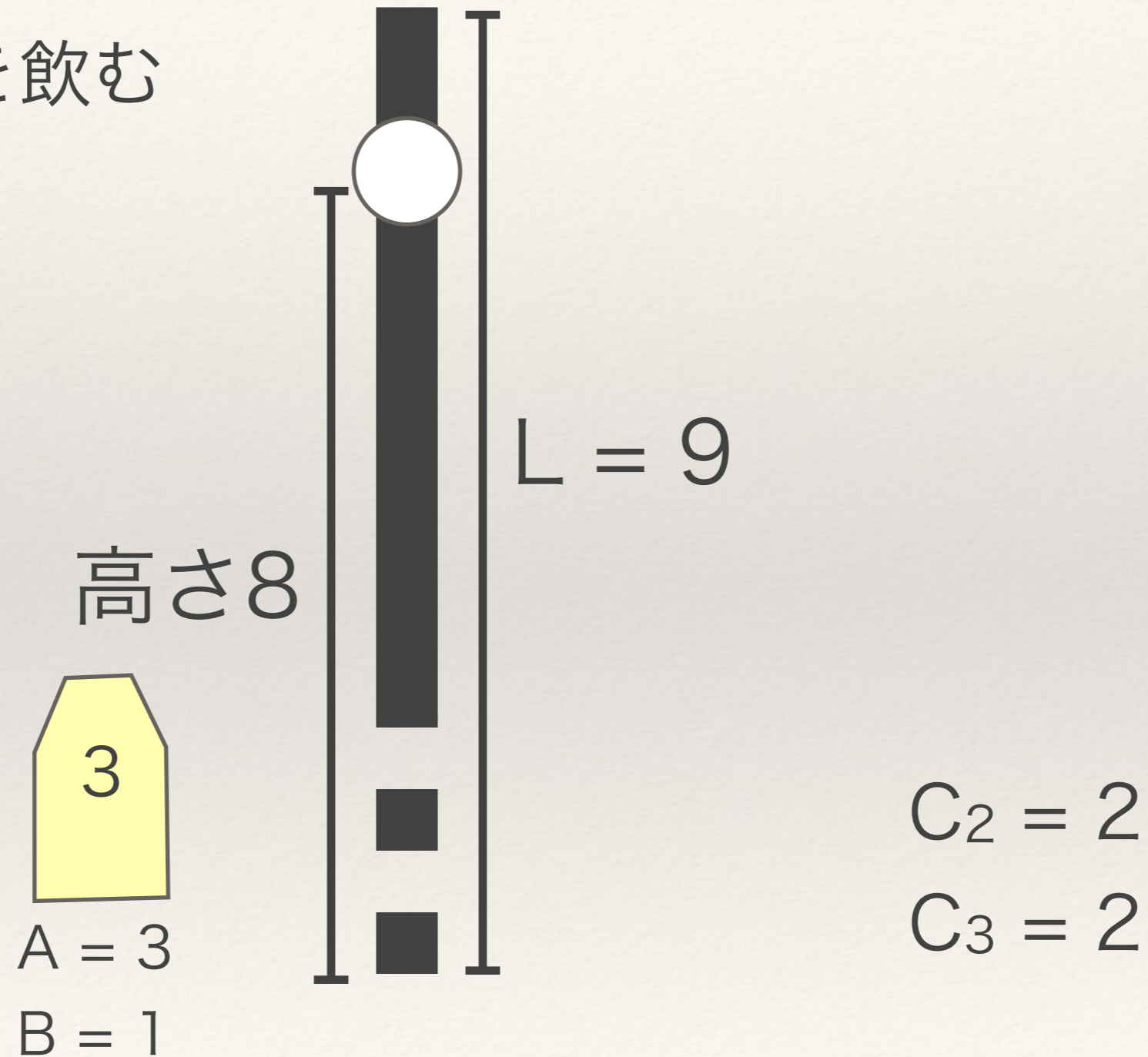
例題：サンプル1の場合

夜になり3落ち、
罪人が下から2だけ
登る



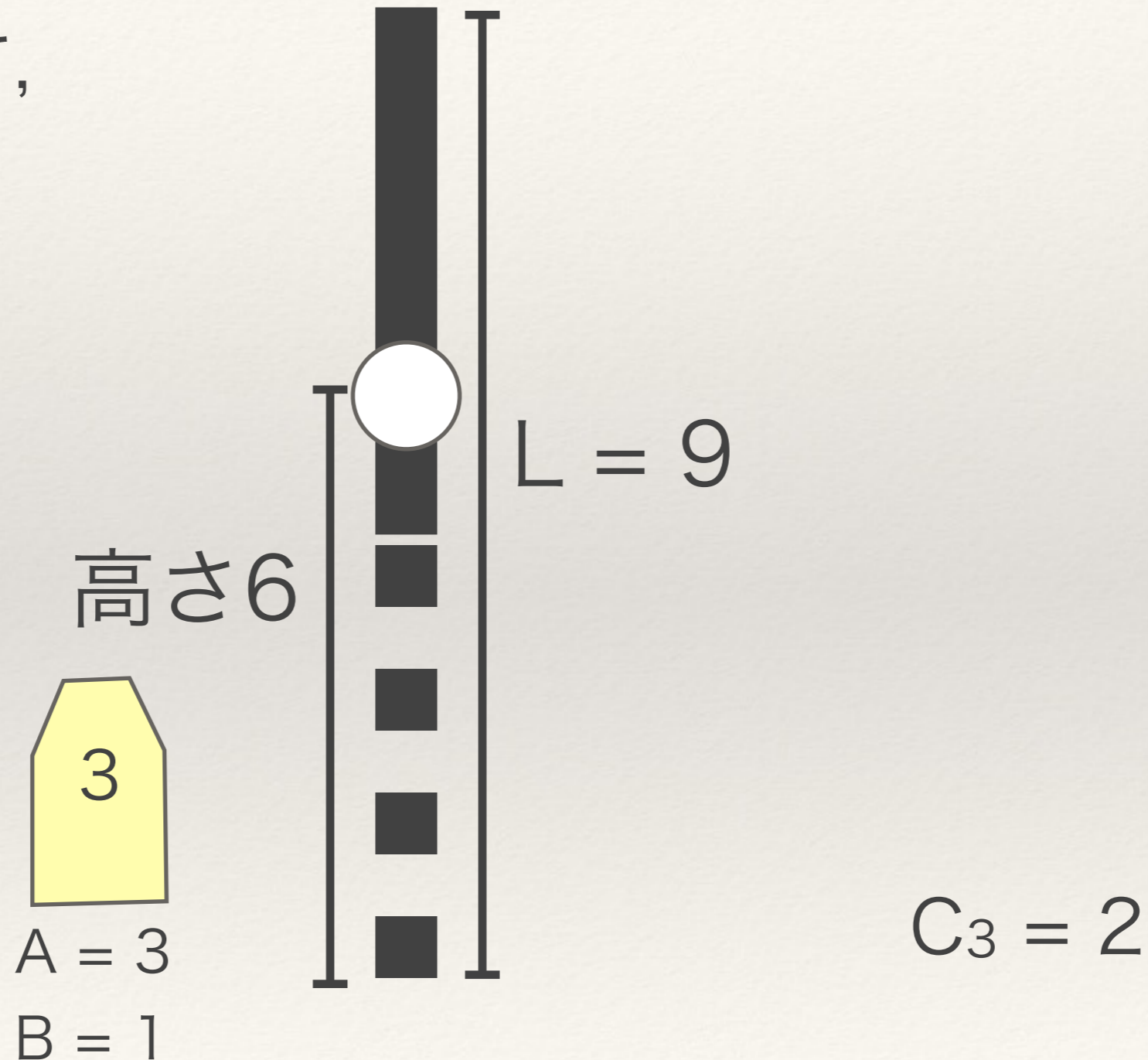
例題：サンプル1の場合

ドリンク2を飲む



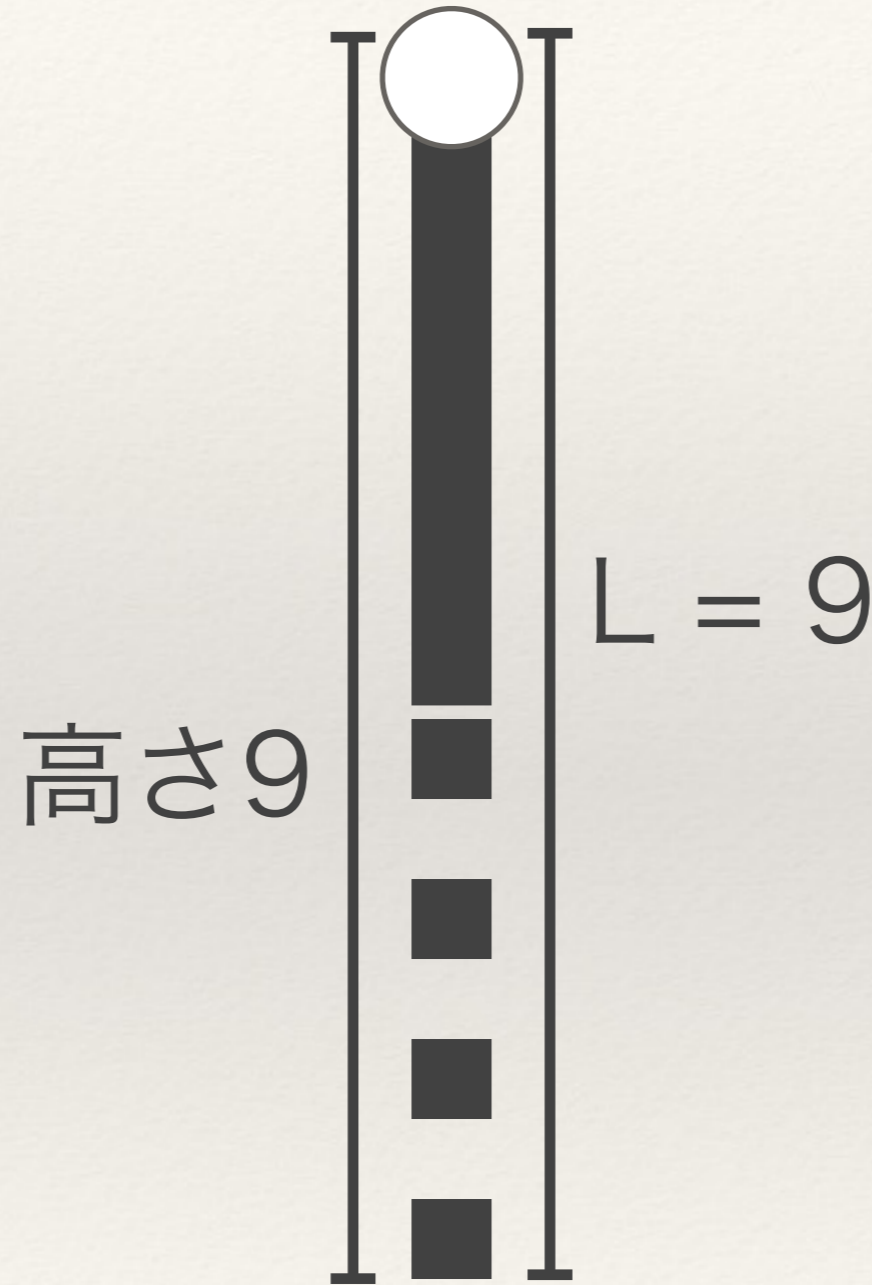
例題：サンプル1の場合

2だけ落ちて、
罪人が糸を
2登る



例題：サンプル1の場合

ドリンク3を
飲んでゴール



$$C_3 = 2$$

考察のポイント

- ❖ i 番目のドリンク A_i , B_i で $A_i - B_i$ が大きい順にドリンクを飲むと良さそう.
- ❖ $A_i - B_i$ の大きい順に貪欲に飲んで、最後の1日は飲んでいないドリンクの中から最も A の値が大きいドリンクを飲むのが良い? → これだけではうまくいかない.

考察

- ❖ $A_i - B_i$ の値が大きい順にドリンクを飲む方針は合っているが、最終日に飲むドリンクの選び方に問題がある。
- ❖ ドリンクのIDは $A_i - B_i$ の値で降順ソートされていると考える。
- ❖ 現在の日数を day とし、 day 日間に登れる最大の高さを考える。
- ❖ day 日目に飲むドリンクのパターンは2パターンに分けられる。
 1. day 日目に day 以上のIDを持つドリンクを飲むのが最適な場合
 2. day 日目に day 以下のIDを持つドリンクを飲むのが最適な場合

場合1について

- ❖ 場合1の時が最適な場合はday から Nまでで A_i の値が一番大きなドリンクを飲むことで登る高さを最大化できる.
- ❖ 前処理をすればday日目以降のドリンクでAの最大の値は $O(1)$ で求められる.
- ❖ この場合についてはdayを1日目から順に試すと $O(N)$ 時間で計算可能.

場合2について

- ❖ 場合2では、罪人を無視すると1~dayの中から B_i が最大なドリンクを飲むのが最適である。しかし、1~dayの中でday日目に飲めない（飲むと罪人に捕まってしまう）ドリンクがある。
- ❖ 最終日に飲むドリンクのIDを k とする。 k を最終日に飲んでも糸から落ちないための条件は、 i 日目の高さを S_i 、罪人が $i-1$ 日までに登った糸の長さを M_i とすると、 $k \leq i \leq \text{day}$ である全ての i に対して、 $S_i - M_i > A_k - B_k$ (式1)をの全てで満たす必要がある。

場合2について

- ❖ $A_i - B_i$ は i について非増加なので、 day を固定した場合 (式1) はある値 k' 以上のIDを持つドリンクでは常に成り立つ.
- ❖ あとは (式1) を満たす最小のIDから day までの中のドリンクで B_i の値が最大のドリンクを高速に見つければ良い.
- ❖ segment treeを使うと最大の B_i を $O(\log n)$ 時間で求まる.
- ❖ (式1) を満たす最小のIDは、 day 日目と $day + 1$ 日目で非減少なことを利用すると、 day 日目の最小のIDが全体で $O(N)$ 時間で求められる。(しゃくとりっぽく考える.)
- ❖ 場合2については day を1から順に試すと $O(n \log n)$ 時間で計算可能.

ジャッジ解

- ❖ 栗田：100行(c++)
- ❖ 田中：88行(java)
- ❖ 水野：40行 (c++)

- ❖ コメントも含む行数です.

統計情報

- ❖ Accept/Submit
- ❖ First Accept