

模擬国内予選2016-B

E: ぼくのかんがえたさいきょうのおふとん

原案：井上

問題文：山崎

解答：井上・澤・水野・山崎

問題概要

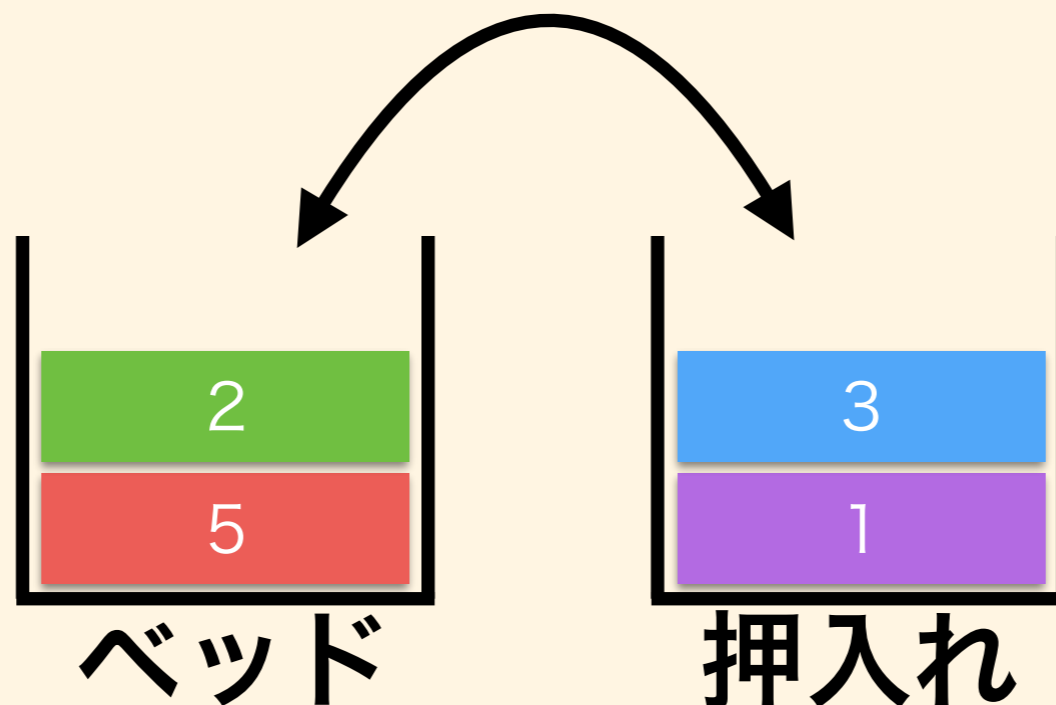
- N 枚のおふとんがあり、それぞれぬくもり供給度 s_i を持つ
- M 日間のぬくもり需要 d_j が既知
- j 日目の不快感は、 $|\text{使うおふとんの } s_i \text{ の総和} - d_j|$
- ベッド \Leftrightarrow 押入れのやりとりは、それぞれ1番上のおふとんを出し入れするしかない(1日に複数回するのはOK)
- 始めに押入れにおふとんをどう入れるかは任意
- M 日間の不快感の総和を最小化せよ
- 制約: $N \leq 15, M \leq 100, s_i, d_j \leq 10^6$

考察のポイント

1. 押入れの上からX枚を使うパターンしかない
2. M日間のぬくもり需要の順番は無視していい
3. 2. から需要を昇順に並べ替える →
 1. からおふとんはベッドに追加し続けるだけ
4. 今まで追加したおふとんの順番は関係なくなる

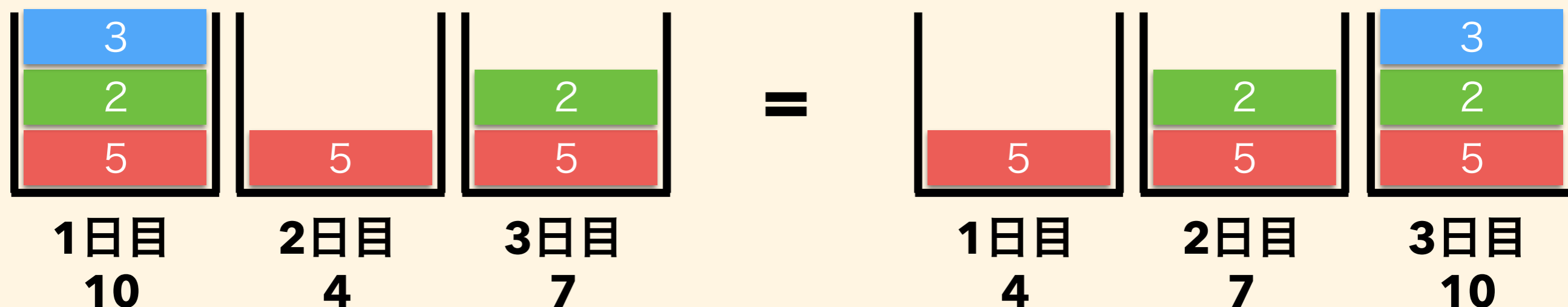
1. 上からX枚だけ

- 順番を決めて押入れに入れた状態とする
- 押入れとベッドはいわゆるスタックになっている
- ベッドに乗せられるのは、上から X ($0 \leq X \leq N$) 枚だけ



2. 需要の順番は無関係

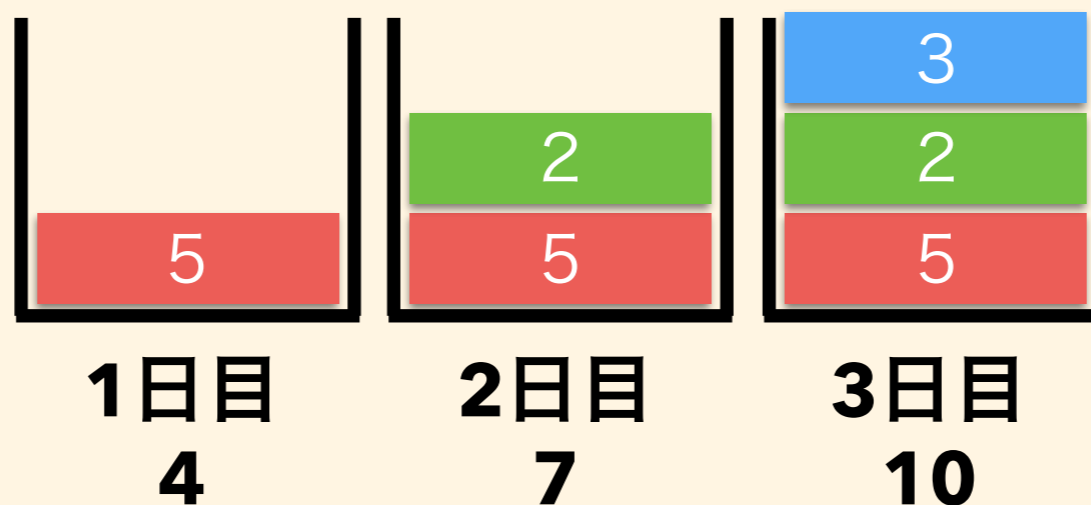
- 1日に複数回おふとんの移動が可能
- 先にその日の枚数を決めたら、そうなるように出し入れしまくるだけ
 - 日の順番は無関係



3. おふとんは追加するだけ

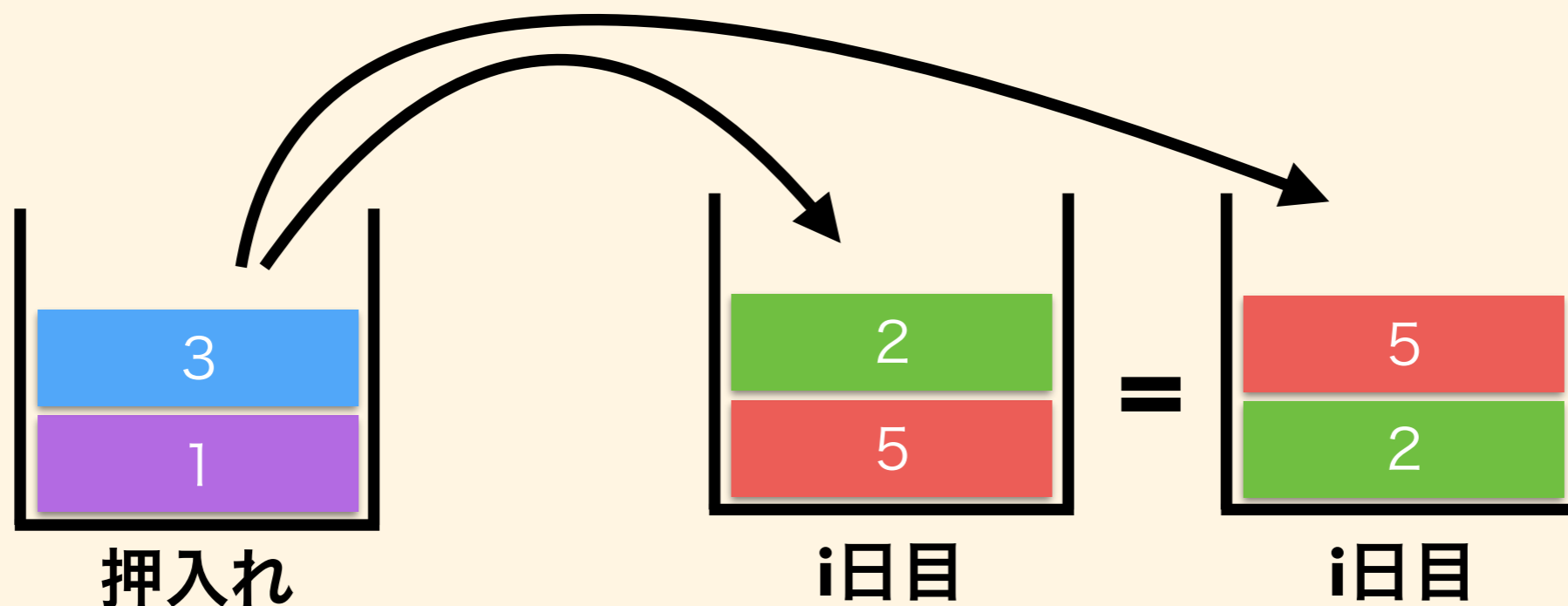
- 需要を昇順に並べ替える

→ 日ごとに需要が増えるので、おふとんを減らすのは損をするだけ



4. 使った順番は気にしない

- j 日目までに k 枚のおふとん $F = \{f_1, f_2, \dots, f_k\}$ を使ったとする
- 使えるのはそれ以外、ぬくもり供給は $\sum_{f \in F} s_f$ しかない
→ すでに使ったおふとんは順番を気にする必要はない



想定解法: 動的計画法

- 以下の漸化式を更新する
 - $dp[j\text{日目}][\text{使ったおふとん集合}X]$
:= S を使ったときの j 日目までの不快感和の最小
- $dp[j][X] \leftarrow \min_{Y \subseteq X} dp[j-1][Y] + |d_i - \sum_{k \in X} s_k|$ と更新する
- $\min_{Y \subseteq X} dp[j-1][Y]$ を全 X について計算するには、
 $dp[j-1][X \cup \{x\}] \leftarrow \min(dp[j-1][X \cup \{x\}], dp[j-1][X])$ と更新して、
 $dp[j-1][X]$ の値を使えばよい
- $\min_X dp[M][X]$ が答え
- 計算時間: $O(MN 2^N)$

ジャッジ解

- 井上 (C++) : 48 行, 830bytes
- 澤 (C++) : 34 行, 814 bytes
- 水野 (C++) : 27 行, 862 bytes
- 山崎 (C++) : 68行, 1459 bytes

統計情報

- ACチーム数 / 提出チーム数
 - 25 / 27 (92.6 %)
- First Acceptance
 - Sleep18000 (49:13)