

模擬国内予選2016-B

D: 夏合宿の朝は早い

原案：野田

問題文：井上

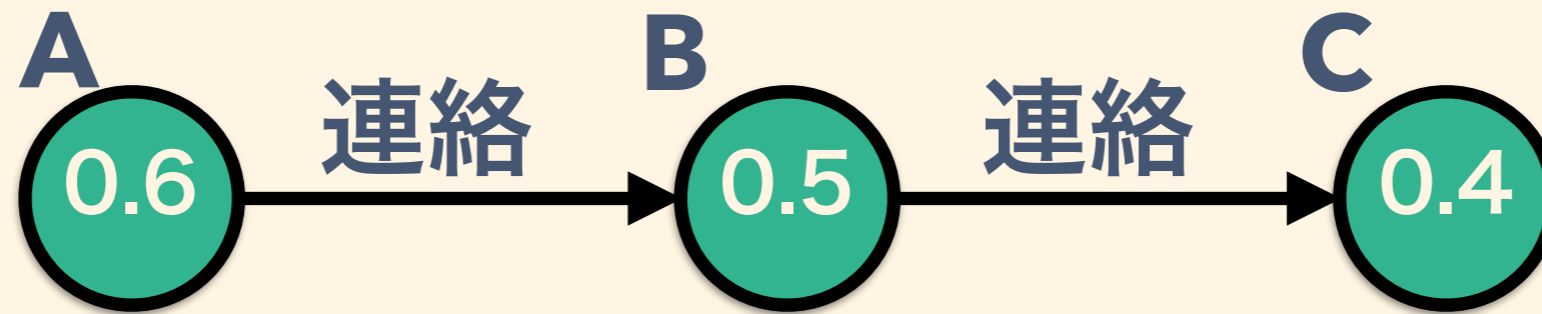
解答：井上・河田・澤・水野

問題概要

- N人の人がいる、i番目の人は確率 p_i で寝坊する
- 起きられた人は、連絡先を知っている人にモーニングコールし、確実に起こすことができる
- モーニングコールで起きた人もモーニングコールする
- 全員がちゃんと起きられる確率は？

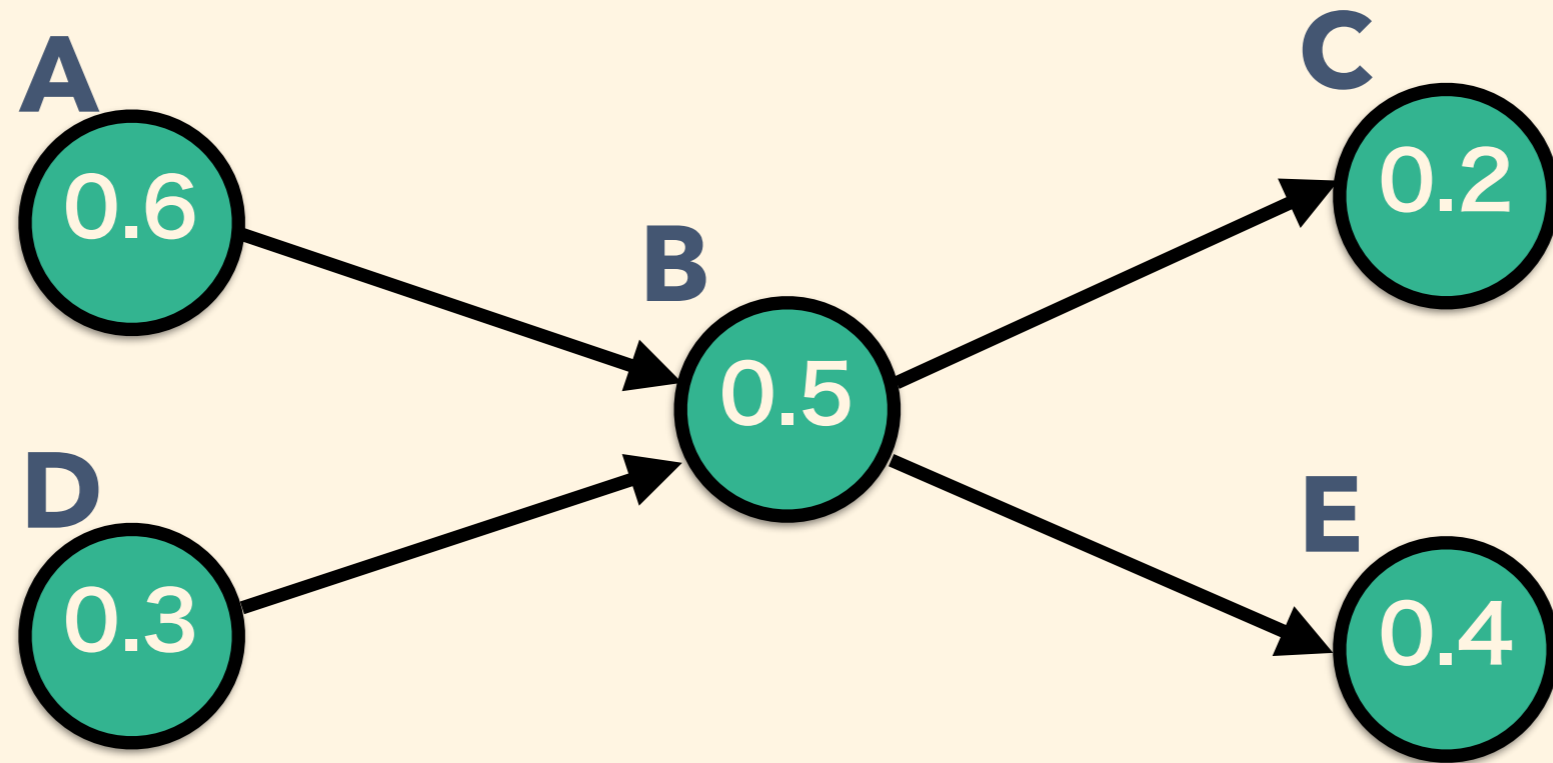
- 制約: $2 \leq N \leq 100$

このときは？



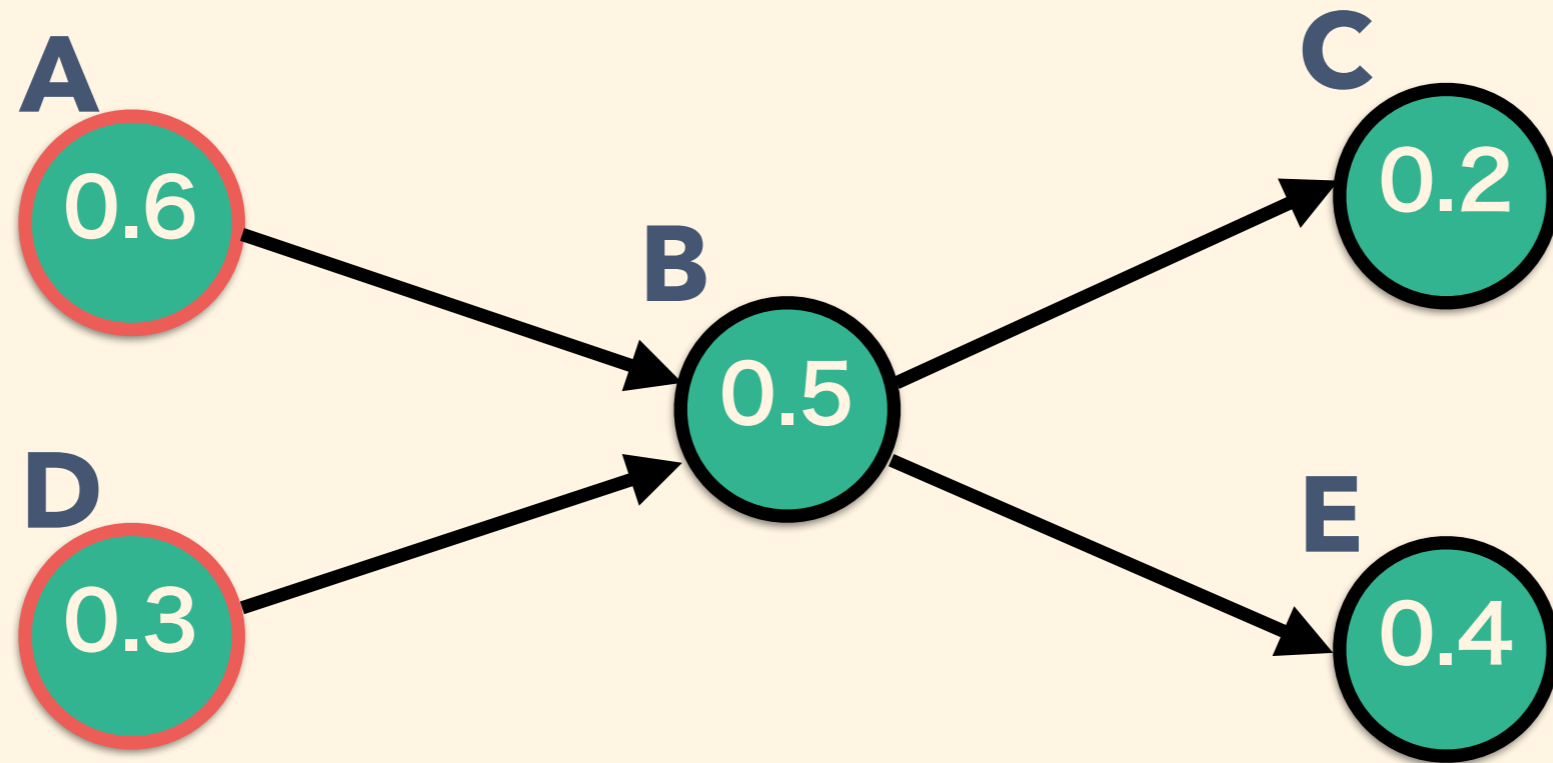
- Aが起きない → だめ
- Bが起きない → Aが起きてくればOK
- Cが起きない → Bが起きてくればOK

このときは？



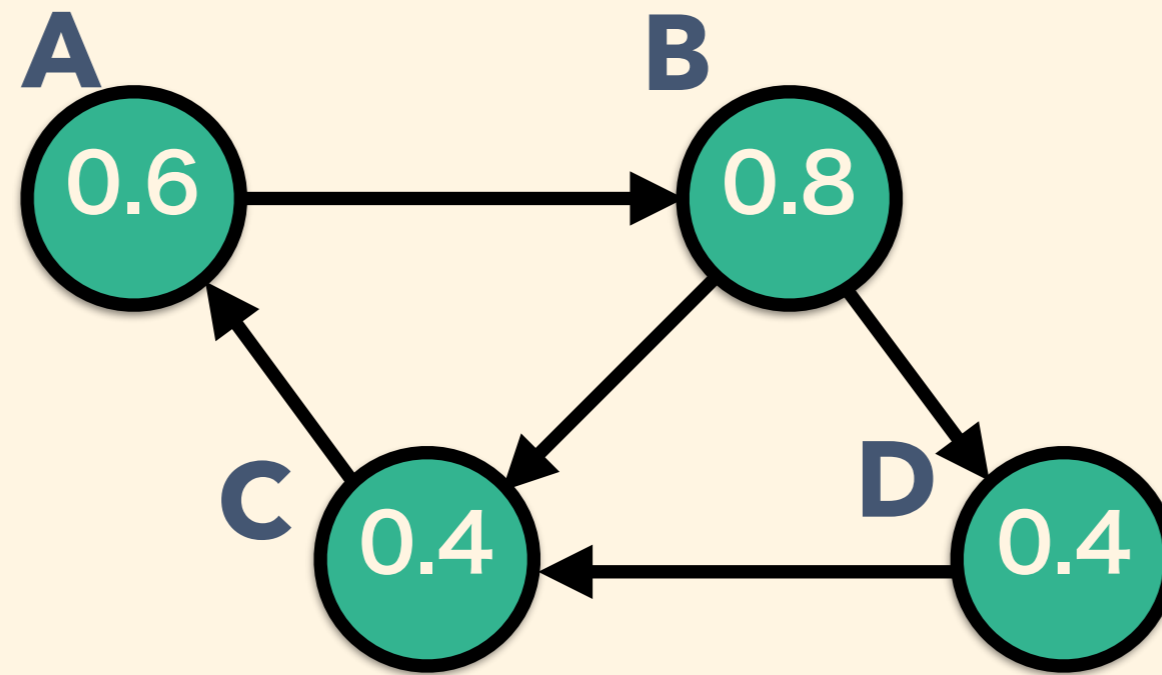
- AとDが起きない → だめ
- Bが起きない → AかDが起きてくればOK
- C,Eが起きない → Bが起きてくればOK

つまり.....?



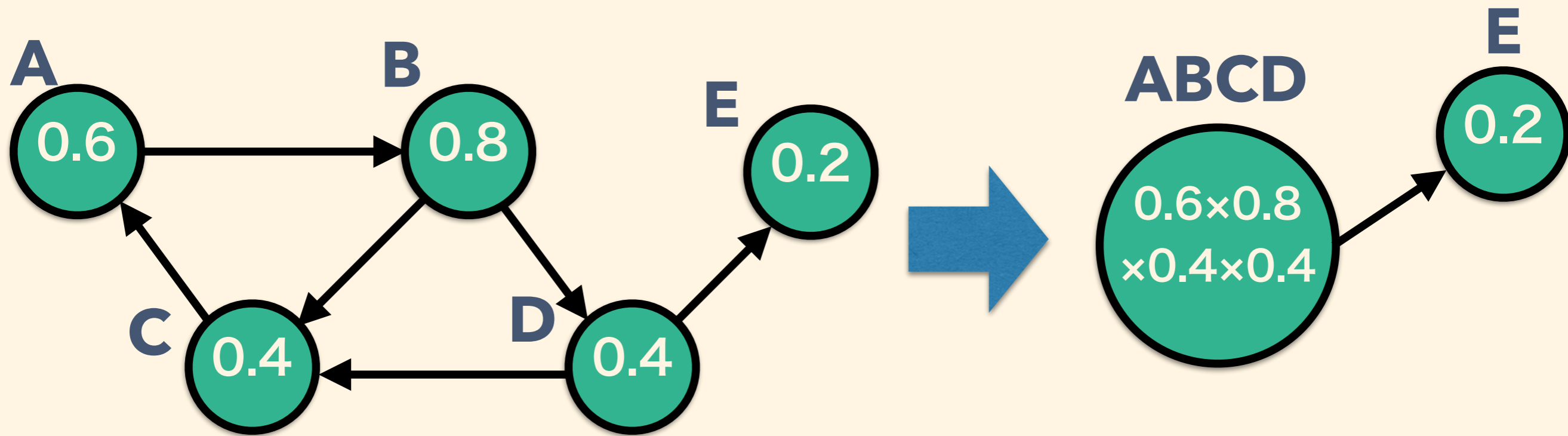
- 誰にも起こしてもらえない人は起きてないとだめ
- 誰かに起こしてもらえない人は起きなくてもいい
 - 誰にも起こしてもらえない人の確率だけ気にすればよい？

じゃあこのときは？



- 誰か1人でも起きれば全員起きれる
- 誰も起きなければ全員起きられない

つまり.....?



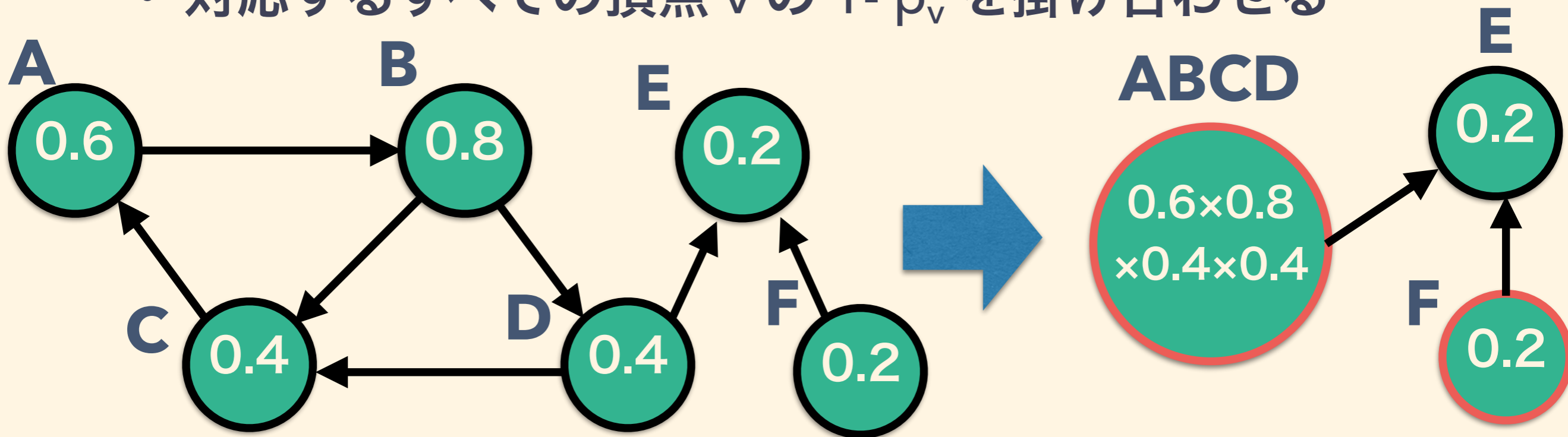
- ループしているところは、全員が寝坊する確率をまとめて1人分にしてよい

強連結成分分解

- グラフ G 上の頂点集合 S が強連結成分
 - ⇔ すべての2頂点の組 $u, v \in S$ について、 u から v へも、 v から u へも経路がある = 全部ループしている
- 強連結成分分解: グラフ G を各強連結成分をそれぞれ1つにまとめたグラフ G' に変換すること
- G' は DAG (= Directed Acyclic Graph, 閉路のない向き付きグラフ) になる

想定解法

- 強連結成分分解をして、ループしている頂点をまとめる
 - まとめるとき、全員が寝坊する確率を計算することを忘れない
- DAG (=ループがない) になるので、誰にも起こされない頂点全員が起きられる確率を求める
 - 対応するすべての頂点 v の $1 - p_v$ を掛け合わせる

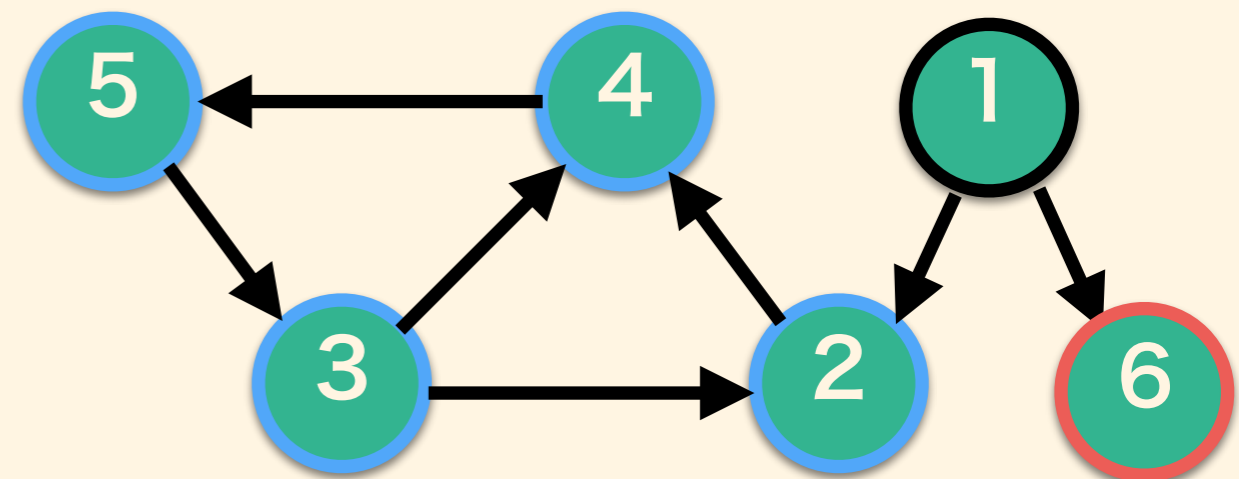
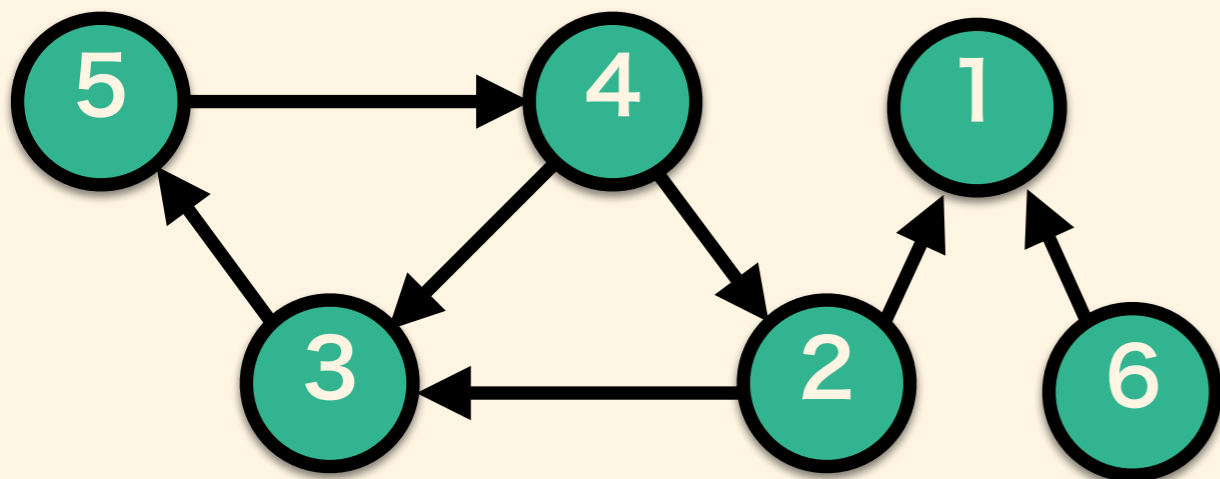


簡単な強連結成分分解

- DFS (=深さ優先探索) などのグラフ探索アルゴリズムを、全頂点を始点として使う
 - DFS ($O(V+E)$ 時間) を V 回行う
 - $O(V(V+E))$
- 全頂点間の到達可能性がわかるので、 $u \rightarrow v$ かつ $v \rightarrow u$ であれば u と v は同じ強連結成分内
- 今回は $V \leq 100, E \leq V^2$ なので間に合う

高速な強連結成分分解

- $O(V+E)$ で強連結成分分解が可能
 - 1回普通に DFS をして、帰りがけ順に番号を振る
 - 2回目は辺を逆にして、番号の逆順に DFS をする
 - 2回目で到達できたところは全部強連結成分
- 証明等は割愛



ジャッジ解

- 井上 (C++) : 102 行, 1968 bytes
- 河田 (C++) : 163 行, 3954 bytes
- 澤 (C++) : 72 行, 1904 bytes
- 水野 (C++) : 38 行, 963 bytes ($O(V^3)$ 解)

統計情報

- ACチーム数 / 提出チーム数
 - 47 / 53 (88.7%)
- First Acceptance
 - Sleep18000 (31:17)