
C：カーテン

解説：栗田

問題文：栗田

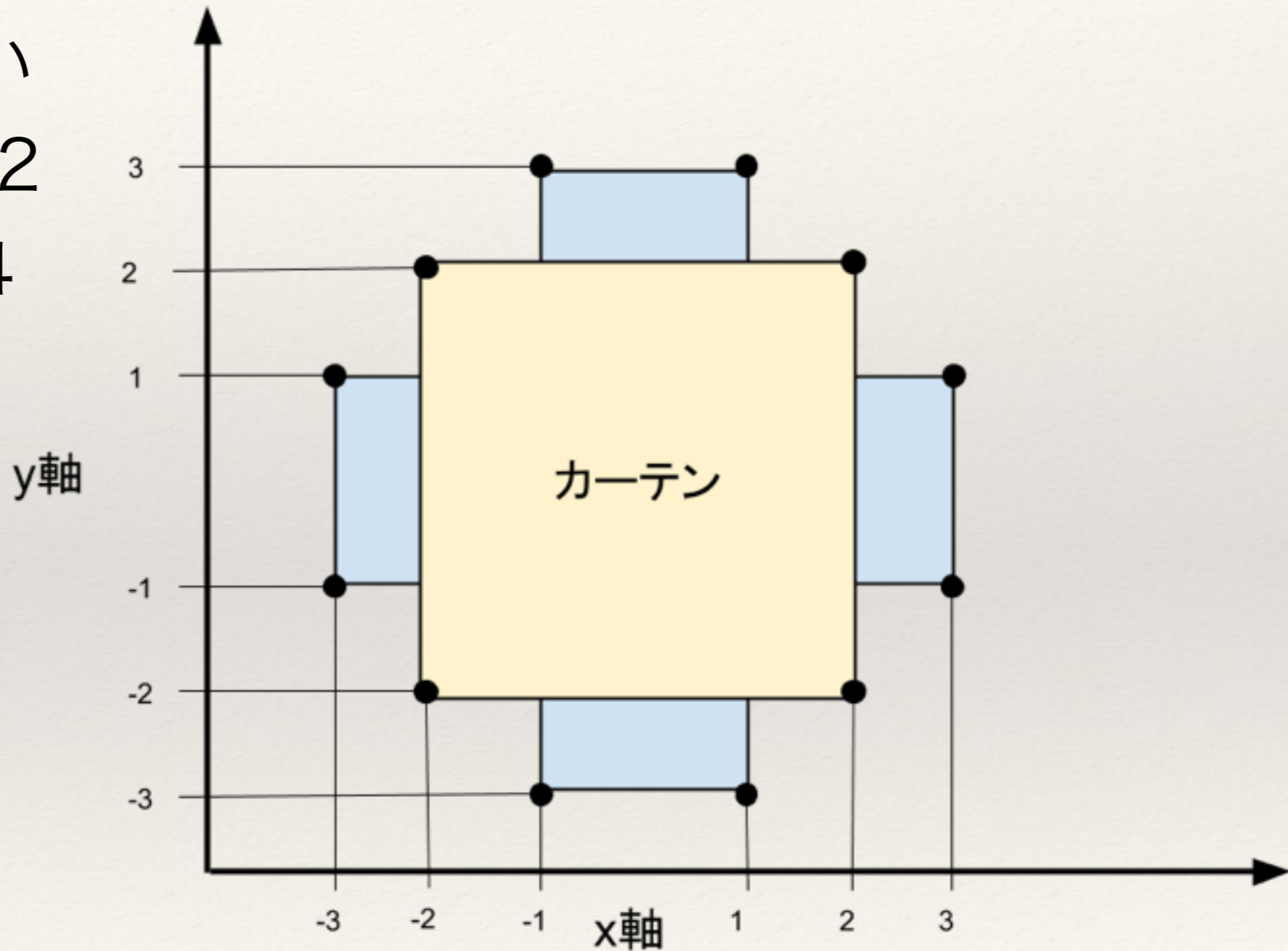
原案：水野

問題概要

- ❖ それぞれの辺が地面に対して平行, もしくは垂直な窓とカーテンの位置情報が与えられる.
- ❖ 窓は N 多角形, カーテンは長方形である.
- ❖ 窓の頂点 (x_i, y_i) とカーテンの頂点 (a_j, b_j) が与えられる.
- ❖ カーテンに覆われていない窓の面積を求めよ.
- ❖ $4 \leq N \leq 100, \quad -20,000 \leq x_i, y_i, a_j, b_j \leq 20,000$
- ❖ $1 \leq i \leq N, \quad 1 \leq j \leq 4$

例題

- ❖ カーテンに隠れていない窓の面積は 1×2 の面積を持つ窓が4つ存在するので $4 \times 1 \times 2 = 8$ である.



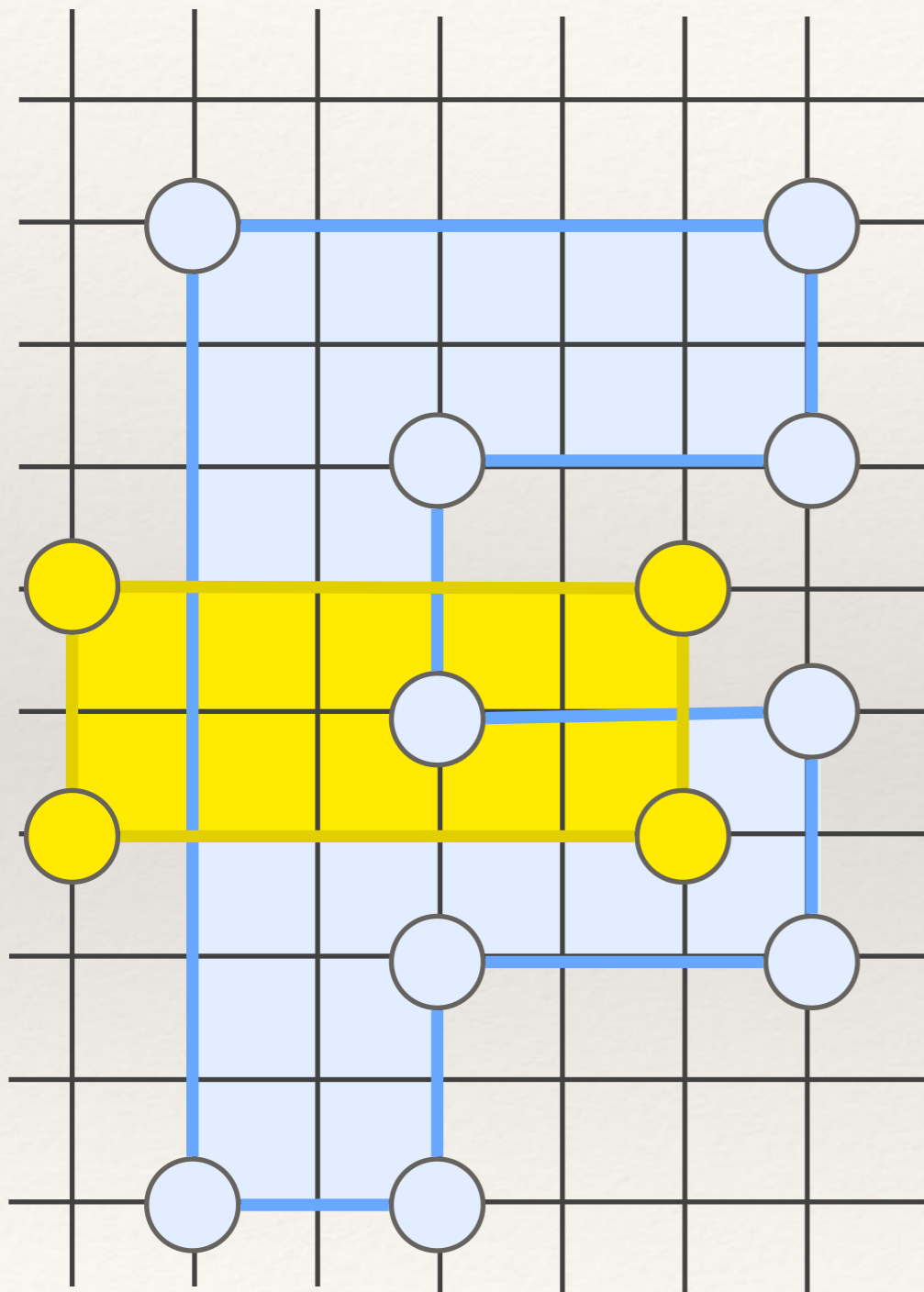
想定誤解法

- ❖ 単純な解法として、点が（整数, 整数）なので、 $40,000 \times 40,000$ の二次元配列を持ち、どの座標にカーテンに隠れていない窓があるか記憶する方法がある。
- ❖ しかし、この方法だと1ケースを計算するのに大体数秒から10数秒かかるため、ケース数が多いとかなりの時間がかかる。

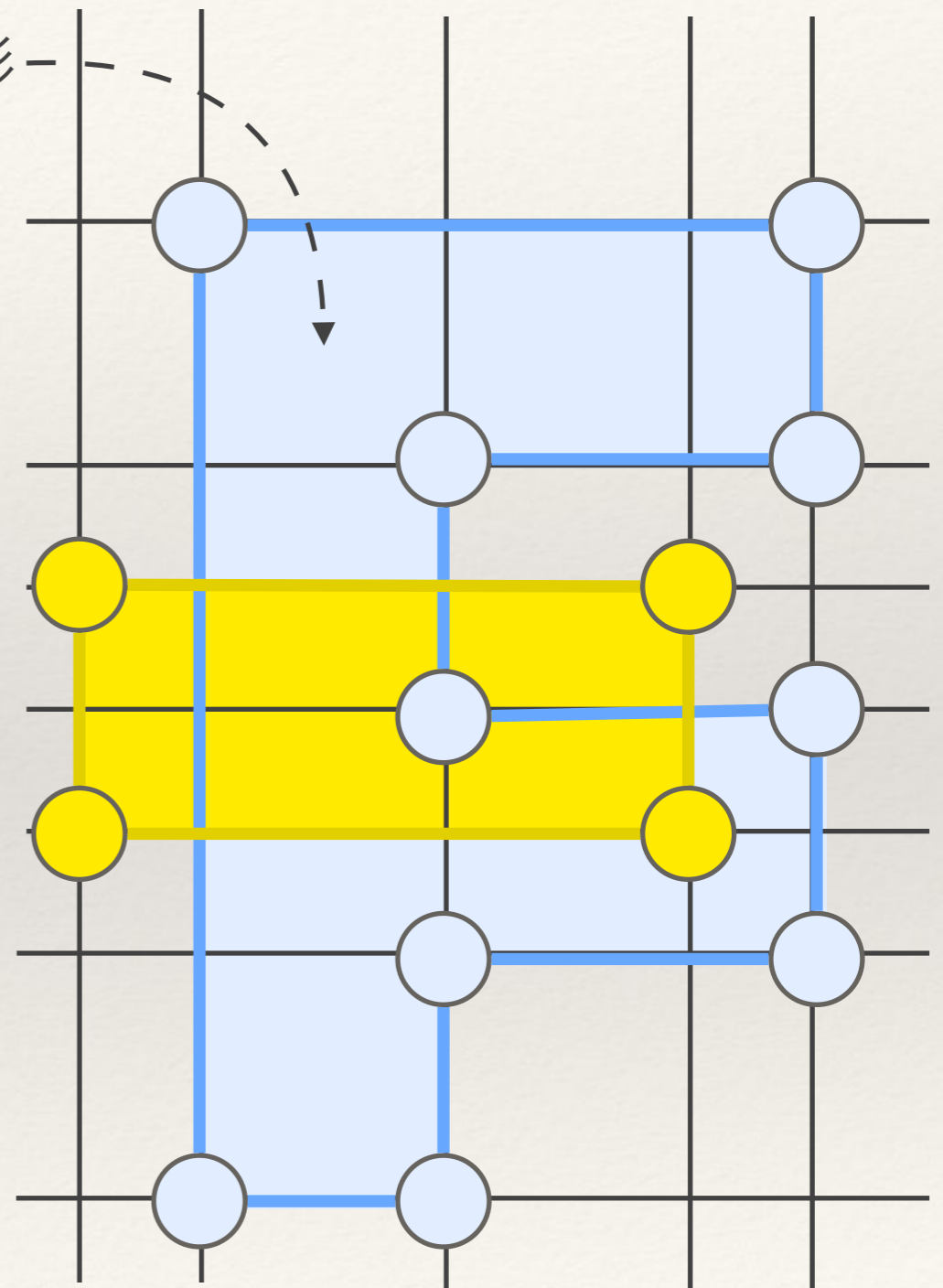
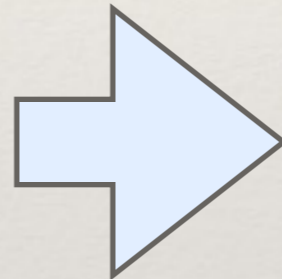
想定解法

- ❖ このような座標を扱う問題によく用いられるテクニックとして**座標圧縮**というテクニックがある。
- ❖ すべての座標を記憶するのではなく、状態が変化する座標だけを記憶する。
- ❖ 今回だとカーテンや窓の頂点がある座標だけ記憶すれば良いので記憶する点の個数は $(N + 4) * (N + 4)$ 個になる。

座標圧縮の例



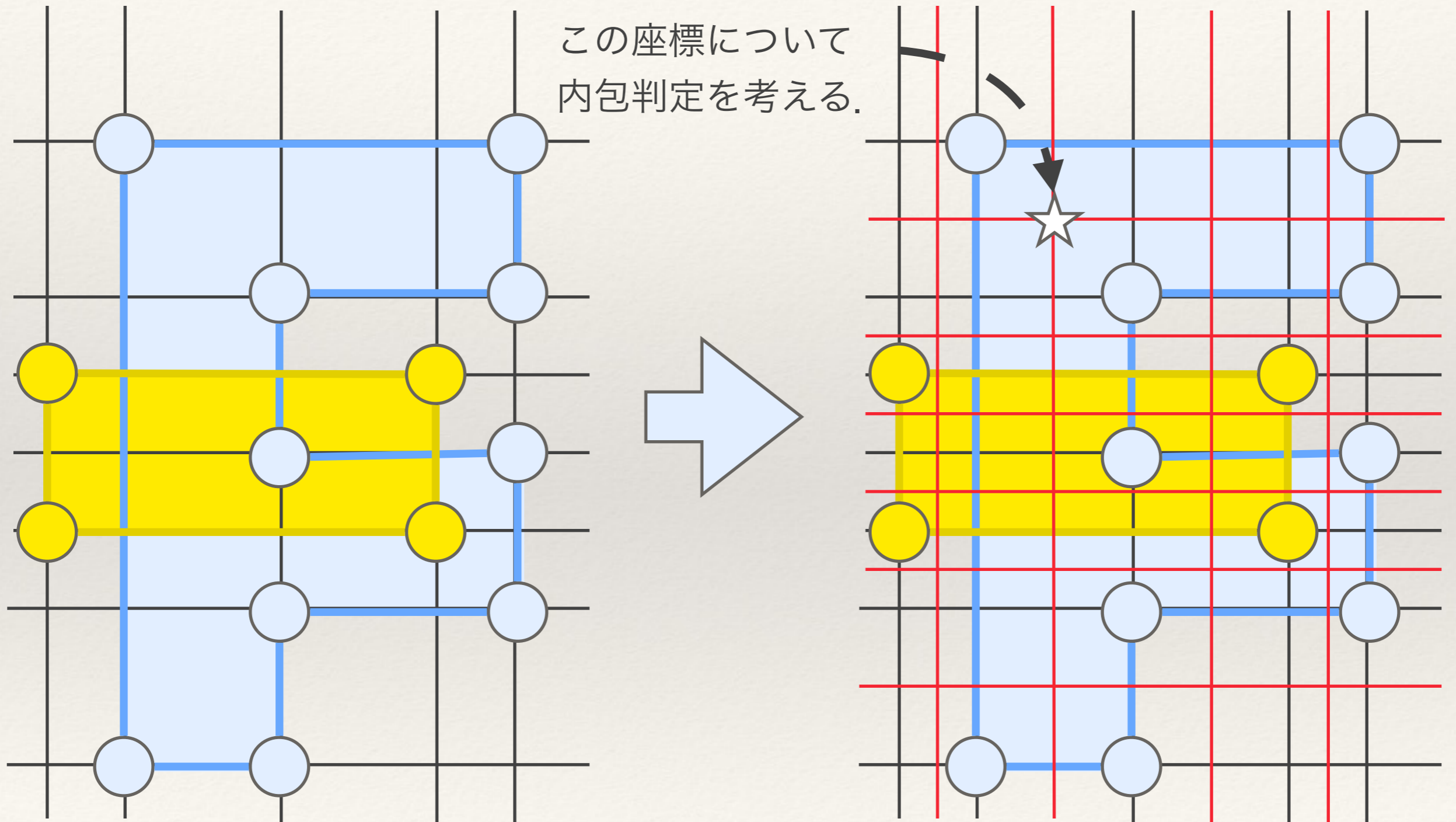
この1つの四角形
をセルと呼ぶ



窓やカーテンに含まれるかの判定

- ❖ あとは各点の情報を用いてそれぞれのセルと窓との内包関係を判定できれば答えを求めることができる。
- ❖ 1つのセルについて、窓もしくはカーテンとの内包関係を判定したい。
- ❖ どのように判定を行うか？

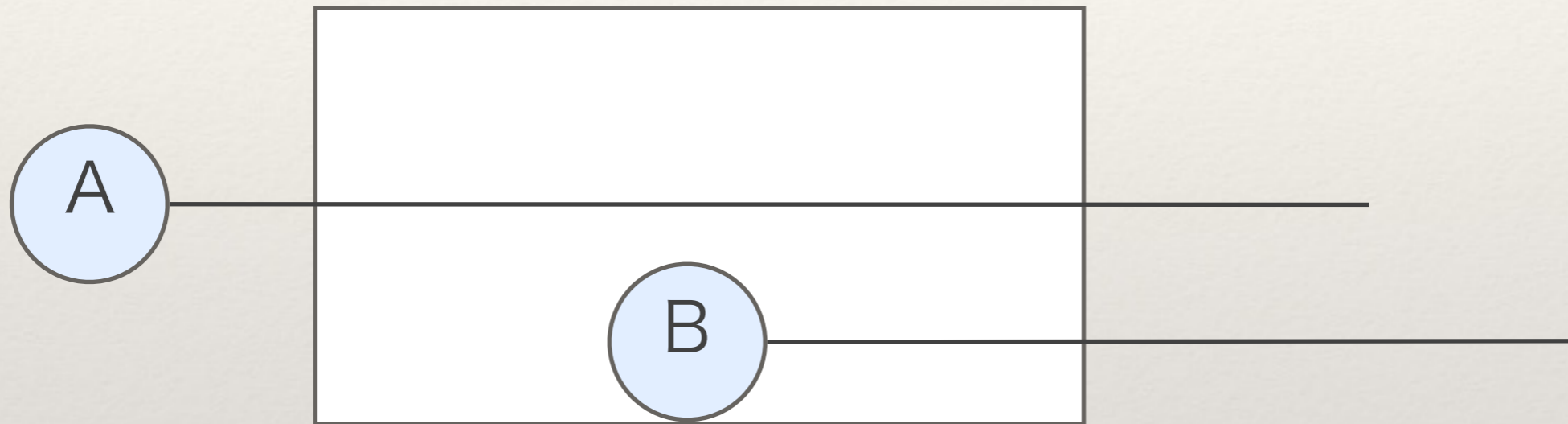
内包判定の例



セルの内包判定

- ❖ このようにセルの内包判定をセルの中心点の内包判定に置き換える.
- ❖ これで、多角形と点の内包判定を解けばいいことがわかる.
- ❖ 点と多角形の内包判定は判定したい点から無限に伸びる半直線を考え、その半直線と多角形の線分が奇数回交差すれば点は多角形に含まれる.

点と多角形の内包判定



点Aは交差が2回, つまり $2\%2 == 0$ なので
多角形の中には含まれない.

点Bは交差が1回, つまり $1\%2 == 1$ なので
多角形の中に含まれる.

想定解法

- ❖ あとは、すべてのセルに対して内包判定を行い、窓に含まれ、カーテンに含まれないセルの面積の総和を計算することで解ける。
- ❖ セル数が $O(N^2)$ 、1回あたりの判定に $O(N)$ なので計算量は $O(N^3)$ となり、十分間に合う。

ジャッジ解

- ❖ 栗田：91行
- ❖ 水野：55行
- ❖ 澤：43行

結果

- ❖ First Accept: po (0:45:27)
- ❖ Accept数: 34