

# **JAG Summer Camp 2015 Day4**

## **J: Black Company**

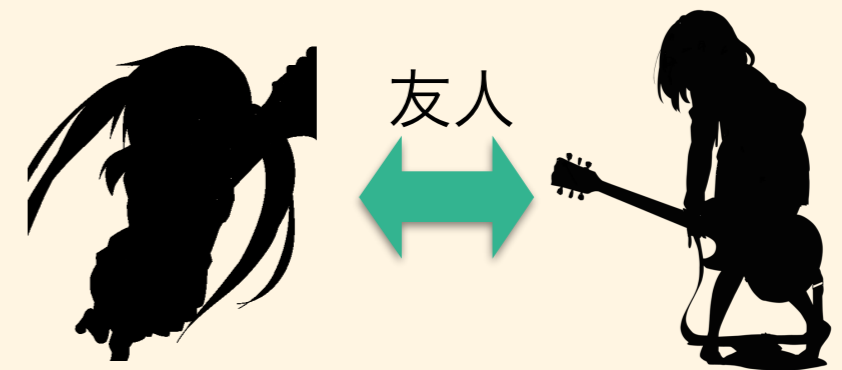
**原案・解説：井上**

**問題文：伊藤**

**解答：伊藤・井上・古賀・澤・田中**

# 問題概要

- N人の給与をそれぞれ**正の整数** $p_i$ に設定したい
- それぞれの社員は**貢献度** $c_i$ を持っている
- 友人関係がM個あり、友人同士は自身の**貢献度**や**給与**の情報を共有する
- 共有された情報では、**貢献度の大小関係と給与の大小関係に矛盾があってはならない**
- N人の給与の合計を最小化せよ
- 制約:  $1 \leq N \leq 10^5$ ,  $0 \leq M \leq 2 \times 10^5$



貢献度:	10	>	3
給与:	6	<	8

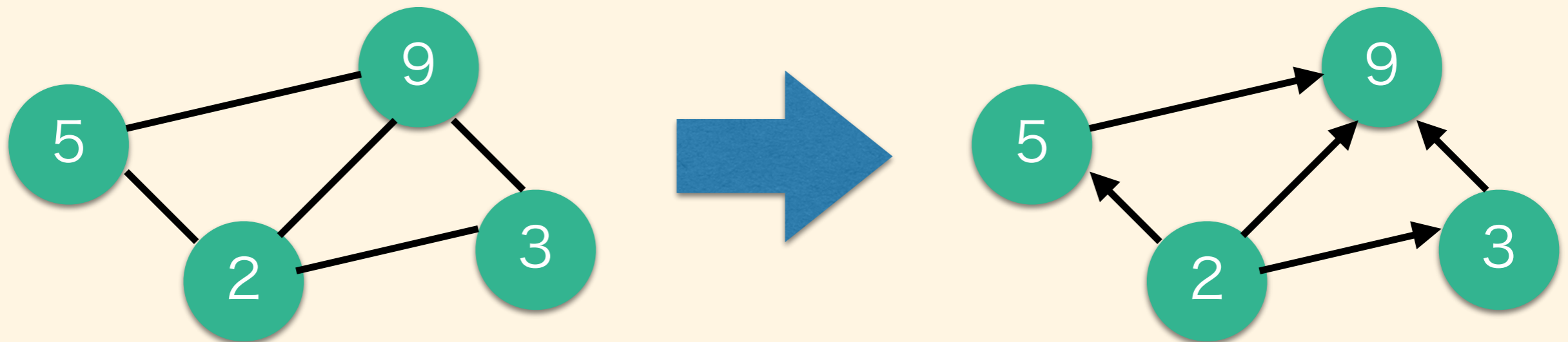


# 注意

- "  $c_i < c_j \Leftrightarrow p_i < p_j$  must be satisfied "
- $p_i < p_j$  にするには  $c_i < c_j$  でなければならない  
(逆も同様)  $\rightarrow p_i \neq p_j \Rightarrow c_i \neq c_j$
- 対偶から、  $c_i = c_j \Rightarrow p_i = p_j$

# 考察

- とりあえず全ての  $c_i$  が異なる場合を考える
  - 必ず大小どちらかに決まるので、任意の2人の  
給与関係は有向辺になる
  - $c_i$  がすべて異なるので必ずDAG (非閉路) になる

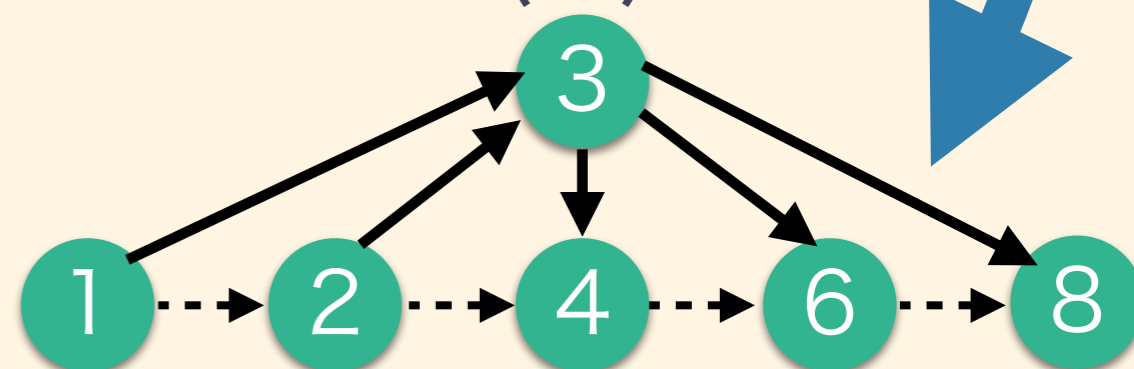
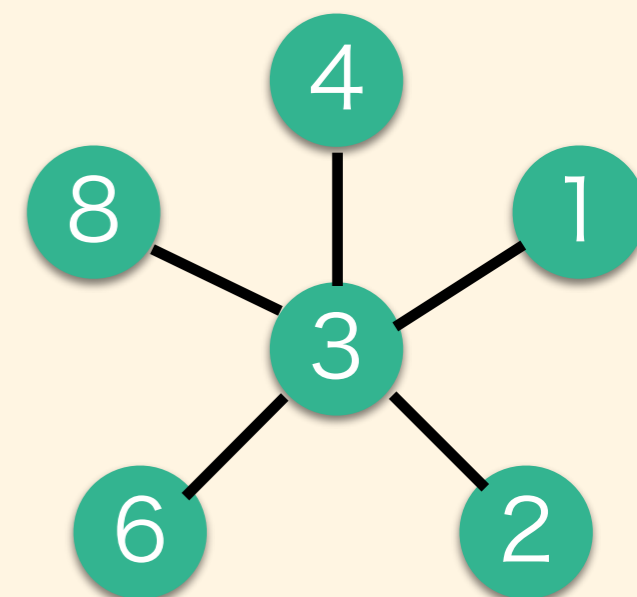


# 想定解法: DP

- DAGの辺の意味:
  - 辺で指されている方が厳密に高い給与を得る
- $v$ の給与の最低額 =  $v$ を指してる人の中で最大の給与 + 1
  - 誰にも指されてなければ1 (可能な最低額)
- $p_v = \max_{(u,v) \in \text{DAG}} \{ p_u \} + 1$ 
  - DAGなので、トポロジカル順に計算すれば正しく求まる
  - 計算量: DAGの辺数を $E$ とすると、 $O(E)$

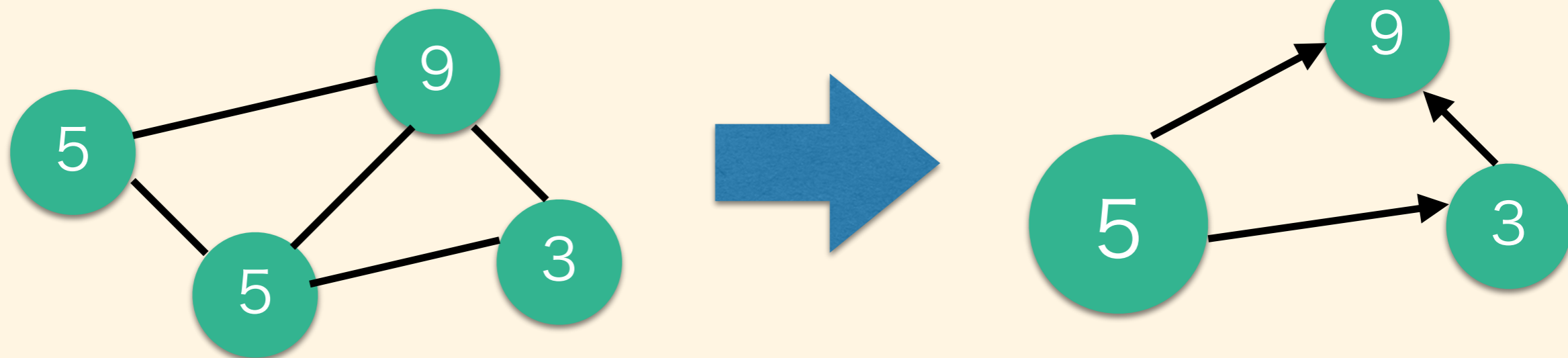
# DAGの辺数 $E = ???$

- 共通の知人関係は最大で  $O(N^2)$  存在する
  - 右図 (スターグラフ) など
  - $E = O(N^2)$  だとTLE、全部に辺を張っては×
- 各頂点ごとに友人頂点リストを作り、貢献度ソートした順で隣接した頂点間にだけ辺を張る。これで十分
  - 友人頂点リストは全頂点合わせて長さ  $2M$ 
    - ソート時間は高々  $O(M \log M)$ 、追加辺も  $O(M)$
    - $E = O(M)$  にできた



# $c_i$ が同じ場合

- 前述の通り、給与は同じにする → 同じ頂点だと思ってよい
- $c_i$ が同じ友人集合は頂点を1つにまとめる
  - Union-Findや、双方向辺を張ってからの強連結成分分解など全体でだいたい $O(M)$
- まとめた頂点 $v$ が元々何個の頂点からなるかを覚えておき、答えに $p_v$ を足すときに個数を掛ければよい



# ジャッジ解

- 井上 (C++) 115行 2221B
- 伊藤 (C++) 168行 3570B
- 古賀 (C++) 146行 3387B
- 澤 (C++) 68行 2048B
- 田中 (Java) 137行 2849B



# 回答状況

- Accept / Submit
  - 8/38 (21.1%)
- First Acceptance
  - じあたまぬけ(102) (106:25)