

カジノ

原案・問題文: not
解答: darsein, not

問題概要

- N個のサイコロを同時に振る
- 出た目の合計を大きくしたい
- サイコロを振り直すことが出来るが、全てのサイコロを振り直さないといけない
- サイコロを振る回数は最大でM回
- 途中でやめてもよく、最後に出た目が得点
- 最適な戦略をとった時の期待値を求めよ
- $N \leq 20, M \leq 10^{10}$

解法

- サイコロを N 個投げた時に、出た目の合計が X 未満である確率 $P(X)$ と、 X 未満は得点を 0 とした時の期待値 $E(X)$ を求めておく
- これは $O(N^2)$ のDPで解ける

解法

- 振る回数が*i*回以下の時の期待値を $A(i)$ とする
- $i+1$ 回まで振れる時に、1回目でやめるかは、得点が $A(i)$ より大きいかどうかで決まる
- $A(i+1) = E(\lceil A(i) \rceil) + P(\lceil A(i) \rceil) * A(i)$
- これをそのまま実装すると $O(M)$ でTLE

解法

- 「A(i)」の取りうる値の種類が6Nしかないことに注目する
- 「A(i)」が変わらないうちは計算をまとめることが出来る
- $A(i+k) = E * \sum^{k-1} P^j + P^k A(i)$
- $= E * (1 - P^k) / (1 - P) + P^k A(i)$

解法

- 「A(i)」が変わるところを二分探索等で求めること
によって計算を省略できる
- これをそのまま実装すると $O(N \log^2 M)$
- 累乗の計算をしながら二分探索することで
 $O(N \log M)$ になる

ジャツジ解

- not : 64行
- darsein : 117行

結果

- First AC : Gifted Infants (1:39:08)
- Accepted : 7 teams