

JAG 模擬地区予選 2017

C: Prime-Factor Prime

原案: darsein

問題文: darsein

データセット: kurome

解答: cos, kurome, not, tomerun

問題概要

- 重複を許した素因数の個数が素数であるような整数を「prime-factor prime」と呼ぶことにする。区間 $[l, r]$ の中に prime-factor prime はいくつあるか？
- 制約
 - $n = 10^9$
 - $1 \leq l \leq r \leq n$
 - $0 \leq r - l \leq 10^6$

考察

- $w = r - l$ とする. $[l, r]$ の全ての整数について, 素直に素因数分解を行うと $O(w \sqrt{n})$... $w \leq 10^6, n = 10^9$ なので TLE.
- $[l, r]$ の整数の素因数分解を行うために必要な \sqrt{n} までの素数をあらかじめ列挙しておく. $[l, r]$ の各整数に対して, 列挙した素数全てで割れるか試しつつ素因数分解を行うと $O(\sqrt{n} + w \cdot \sqrt{n} / \log n)$... まだ TLE.

想定解法

【区間篩】

- \sqrt{n} までの素数を列挙し, 素数判定用のテーブル(`is_prime[]`, `min_prime[]`, etc) をあらかじめ構築... $O(\sqrt{n})$.
- 素因数の個数記憶用のテーブルを適宜更新しつつ, 列挙した素数で区間 $[l, r]$ だけをエラトステネスの篩の要領で素因数分解... $O(w \log \log n)$.
- 全体の計算量は, $O(\sqrt{n} + w \log \log n)$.

参考

各整数を割り切る最小の素数(`min_prime[]`)を求めつつ素因数分解を行う手法, いわゆる `osa_k`法を用いると $O(n \log n)$.

さらに, 各整数 i に対して,

$$\text{count}[i] = \text{count}[i / \text{min_prime}[i]] + 1$$

と逐次 $O(1)$ で素因数の個数を求めることが出来る.

あとは, 整数 i 毎に素数判定を

$$\text{is_prime}[\text{count}[i]]$$

とすれば $O(n)$. ただし, この問題では $n = 10^9$ のため TLE.

ジャッジ解

- cos (c++): 76行, 1901バイト
- kurome (c++): 55行, 1271バイト
- not (c++): 43行, 948バイト
- tomerun (Java): 49行, 1140バイト

統計情報

- AC

39 チーム

- First AC

maryanna2016 (0:10:22)